భవ్యశ్రీ స్టడీ సర్కిల్

BSC Means DSC – DSC Means BSC

Vijayadurga Degree College, Srinagar Colony, KURNOOL. Cell : 8328437196

(1) స్వభావం పరిధి, లక్షణాలు

గణిత-శాస్త్ర స్వభావంలో ముఖ్యంగా అడిగే ప్రశ్నలు

1. గణిత నిర్వచనాలలో అరిస్టాటిల్, ఆగస్టు కోమ్టే, బెంజిమన్ పియర్స్, జాన్ లాక్, బెల్ లాంటి శాస్త్రవేత్తల నిర్వచనాలు
2. గణిత లక్షణాలలో తర్కం, అమూర్తం, హేతువాదం, సహసంబంధం లాంటి లక్షణాలపై
3. సహసంబంధం అనే విషయానికి సంబంధించి ప్రధానంగా పాఠ్యపుస్తకాల్లోని పాఠ్యాంశాలు, అది కలిగి ఉండే ఇతివృత్తాల మీద
4. గణితం చారిత్రక సమీక్ష కింద ఈజిప్షియన్లు గ్రీకుల గూర్చి గ్రీకులో ముఖ్యంగా థేల్స్, యూక్లిడ్, పైతాగరస్, నికోమాకస్, ఆర్కిమెడిస్, టాలమిల గూర్చి
5. గణితంలో భారతీయుల కృషి అనే అంశం కింద ఆర్యభట్ట భాస్కరాచార్యుడు శ్రీనివాస రామానుజన్ గూర్చి ఎక్కువగా ప్రశ్నలు వస్తున్నాయి

గణిత –స్వభావం పరిధి, లక్షణాలు

- పిల్లల్లో గణిత సమస్య సాధనా సామర్థ్యాన్ని పెంపొందింపజేయడం గణిత అంతిమ లక్ష్యం– N.C.F.

గణితం–గణ్ (సంస్కృతం)	గణితం–గణిత (Hindi / Panjabi)
↓	↓
లెక్కించుట/గణనలు చేయడం	గణన శాస్త్రం
Mathmatics-Ars mathamatica-(Latin)	Mathematics - Mahthanain + Techne (Greek)
↓	↓ ↓
గణిత కళ	నేర్చుకోవడం / కళ/ సూక్ష్మ పద్ధతి
Manthano (ప్రాచీన గ్రీక్ పదం)	Manthaino (నవీన్ గ్రీక్ పదం)
↓	↓
నేర్చుకోవడం	నేర్చుకోవడం

గణితం అనగా

- సూక్ష్మీకరించే కళను అభ్యసించడం.
- ఆనందాన్నిచ్చే మేథాప్రవృత్తి.
- ఒక కచ్చితమైన వ్యవస్థలో నిర్వచింపబడు శాస్త్రము.
- స్వతంత్రమైన అభిప్రాయాలను, నిర్ణయాలను వ్యక్తపరచుటలో ఉపయోగపడే శాస్త్రము.
- అంతరాళ వ్యవస్థలో జరిగే సంఘటనా, దృశ్యాల మధ్యగల సంబంధాన్ని వివరించి, గుణాత్మకమైన సత్యాలను తెలిపే శాస్త్రం.
- నిగమన పద్ధతి ద్వారా అమూర్త భావనా రూపంలో, వివిధ గణిత శాఖలలో సిద్ధాంతాలను, సూత్రాలను రూపొందించే శాస్త్రము.
- పరిమాణ బద్ధ ఆలోచనలను వ్యక్తం చేయడానికి ఉపయోగపడే భాషే గణితం.
- హేతువాద దృక్పథం. ఉత్పాదకతల కోసం ఏర్పడిన విజ్ఞానశాస్త్రం.
- అనిశ్చిత విషయాలను నిశ్చిత పరిచి బహిర్గత పరిచే విషయం.
- ఇది ఒక విజ్ఞాన శాస్త్రం దీని ముఖ్య ప్రయత్నం – సహకార సాధన.
- దత్తాంశం నుంచి సారాంశం వైపు పోయే విధానం.

నిర్వచనాలు

- "నేను సంతోషంగా లేనని అనిపిస్తే గణితం చేస్తా , ఒకవేళ సంతోషంగా ఉంటే దానిని కొనసాగించడానికి గణితం చేస్తా" **– ఆల్ఫ్రెడ్ రెన్నీ**
- "గణితం ఒక పరిమాణ శాస్త్రం" **– అరిస్టాటిల్**

  గమనిక : కొలతలకు సంబంధించిన నిర్వచనం.
- "గణితమంటే పరోక్ష మాపనం" **– అగస్ట్ కోమ్టే**

  గమనిక : గ్రహాల మధ్య దూరం, అణుపరిమాణం లాంటి విషయాలను ప్రత్యక్షంగా కొలవలేం అనే విషయానికి సంబంధించిన నిర్వచనం
- "గణితమంటే అవసరమైన నిర్ధారణలను రాబట్టే శాస్త్రం". "ఆవశ్యక పర్యావసనాలను ముందుగానే ఊహించే విజ్ఞానం" **– బెంజిమన్ పియర్స్**

  గమనిక : గణితంలో ఆగమన చింతనానికి, సిద్ధాంతాల ఉపపత్తులకు సంబంధించిన నిర్వచనం
- "గణితమంటే వివిధ వస్తువులను ఒకే పేరుతో సూచించే కళ" **– హెన్రీపాయింకేర్**

  గమనిక : గణిత క్రమశిక్షణ విలువకు సంబంధించిన నిర్వచనం
- గణితంలోని అన్ని భావనలు అనగా అంకగణితం, బీజగణితం మరియు విశ్లేషణలను తార్కికమైన భావనలని నిర్వచించవచ్చు **– సి.జి. హెంపెల్**
- "వర్గీకరించడం మరియు సాధ్యపడే అన్ని అమరికల గురించి నేర్చుకోవడమే గణితం" **– వార్విక్ సాయర్**
- "విజ్ఞానశాస్త్ర వ్యాకరణమే సాంఖ్యకశాస్త్రం" **– కార్ల్ పియర్‌సన్**
- "సకలశాస్త్రాలకు గణితం రాణి లాంటింది" **– కార్ల్ ఫ్రెడ్‌రిక్ గౌస్**
- "అంతరాళము, సంఖ్యలకు సంబంధించిన శాస్త్రము " **– గణిత నిఘంటువు**
- "మానవుని మేథస్సు **హేతు వాదం**లో స్థిరపడే మార్గమే గణితం " **– John Locke**

  గమనిక : గణిత క్రమశిక్షణ విలువకు సంబంధించిన నిర్వచనం
- "గణితం గురించిన ఎన్నోవిషయాలు తెలుసుకొనే కన్నా ఏ విధంగా గణితీకరించాలి. అనే విషయం తెలుసుకోవడం ఎంతో ఉపయోగకరం" **– డేవిడ్ వీలర్**
- "క్రమం, మాపనాలకు చెందిన శాస్త్రం" **– రెనెడెకార్టెస్**
- "సంఖ్యారాసుల మాపనాల విజ్ఞానం" **– బెల్**

- "పరికల్పిత ఉత్పాదక వ్యవస్థ" - **మేరియాపియరీ**
- "విజ్ఞాన శాస్త్రం కన్నా మిన్నయ్యింది మానవునికి నిత్యజీవితంలో ఎంతగానో ఉపయోగపడేది" - **బెంజిమన్ ఫ్రాంక్లిన్**
- "ఆత్మ యొక్క ఉత్తమోత్తమ అభ్యాసం ప్రపంచ వృత్తులన్నింటిలో ఇది చక్కనిది" - **పాస్కల్**
- "గణితసారం దాని స్వేచ్ఛలోనే వుంది" - **జార్జికాంటర్**
- "పరస్పర సంగతాలైన స్వీకృతాల నుండి రాబట్టబడిన విజ్ఞానం" - **బెర్నాల్డ్ రస్సెల్**
- "గణితంలో సత్యమే కాదు, సౌందర్యం కూడా ఉంది." - **బెర్నాల్డ్ రస్సెల్**
- నెమళ్ళకు శిఖవలె, పాములకు మణులవలె, అన్ని శాస్త్రాలకు గణితం అగ్రభాగంలో ఉంటుంది - **జ్యోతిష్యం**
- "తర్కమే గణితానికి పునాది, తార్కిక ఆలోచనల వల్లనే గణితం అభివృద్ధి చెందింది". - **బెర్నాల్డ్ రస్సెల్, వైట్‌హైడ్**

గమనిక : వీరి గ్రంథం : ప్రిన్సిపియా ఆఫ్ మ్యాథమెటికా

- "జ్యామితిని నేర్పడానికి రాజమార్గం లేదు" - **యూక్లిడ్**
- "జ్యామితి బలీయమైనది కళతో కలిస్తే దానికెదురు లేదు" - **యురీపిడస్**

గమనిక : గణిత కళాత్మక విలువకు సంబంధించిన నిర్వచనం

- "లెక్కలు రాని వారు లెక్కలోనికి రారు" - **అనటోలి ఫ్రాన్స్**
- "సంఖ్యలతో వ్యవహరించేట్లు తెలియకనే జరిగే అంతర్గత అంకగణిత అభ్యసనమే సంగీతం" - **లైబ్నిజ్**
- "గణితాచార్యుడు నేడు కనుగొన్న విషయం మిగిలిన వారు రేపు కనుగొంటారు". - **ఆర్యభట్ట**
- "సముద్ర మంతటి గణితానికి అంతు ఎక్కడిది?" - **భాస్కరాచార్యుడు**
- "సకల శాస్త్రాలకి మూలం, ద్వారం లాంటిది గణితం"
- "ఆధునిక సంస్కృతి, నాగరికతలకు గణితం అద్దం వంటిది" - **బెకన్**
- గణితం నాగరికతకు అద్దం వంటిది - **హెగ్ బెన్**
- "పరిమితత్వం నుండి అపరిమితత్వం వైపు పోయే విధానం" - **శ్రీరామనంద భారత కృష్ణ తీర్థ స్వామిజీ**
- "ప్రపంచ ఏకైక భాషయే గణితం" - **నాథనియల్ వెస్ట్**
- "ఆధునిక కార్యకలాపాలైన వాణిజ్యం, పరిశ్రమలు, ప్రభుత్వ యంత్రాంగం, మొదలైన వాటన్నింటిని గణిత శాస్త్ర తర్కం ప్రకారం ప్రదర్శించవచ్చు." - **స్మిత్**
- "సంఖ్యలే విశ్వశాసన కర్తలు"
- "ఎక్కడ సంఖ్య ఉంటుందో అక్కడ లయ ఉంటుంది". - **పైథాగరస్**
- "దేశాభివృద్ధినే సాధించగల గణితం మరువ రానిది" - **నెపోలియన్**
- "జ్యామితి అంటే ఇష్టం లేని వారు నా తరగతి గదిలోనికి ప్రవేశించ రాదు" - **ప్లేటో**
- "గణితమంటే సూత్రప్రయుక్తమైన శాస్త్రం" - **పావులూరి మల్లన**
- "గణితానికి శాఖలనేవే లేవు, నిజజీవిత ఉపయోగం తప్ప" - **నికోలమ్ లొబచెవ్‌స్కీ**
- "అంకెలతో ఏదైనా నిరూపించ వచ్చు." - **కార్లైయిల్**
- "సంఖ్యలు మేధస్సుకు సాక్ష్యాలు అవి మానవజాతికి మాత్రమే పరిమితం" - **బాల్టిక్**
- "ప్రపంచ పరిమాణాత్మక దృక్పథం సుస్పష్టం చేయడానికి సృష్టించిన బౌద్ధిక ఉపకరణమే బీజగణితం" - **ఆల్ ఫ్రెడ్ నార్త్, వైట్‌హెడ్**
- "గణితం మానవ మేధస్సుకు శక్తి పట్టుదల కలిగించడంలో, మూఢనమ్మకాలు, దురభిప్రాయలు, ప్రతి విషయాన్ని తేలికగా నమ్మే లక్షణాన్ని తొలగిస్తుంది" - **జాన్ ఆర్బట్**
- "గణిత అధ్యయనం కేవలం నాలుగు గోడలకు మాత్రమే పరిమిత విషయం కాదు" - **రాష్ట్రీయ ఆవిష్కార్ అభియాన్**
- గణితం ఒకరితో ఒకరు చర్చించి, విద్యార్థుల జీవితానుభవంలో ఒక భాగంగా తీర్చిదిద్దాల్సిన అవసరం ఉంది. అప్పుడు గణితం బోధించినట్లు - **నేషనల్ ఫోకస్ గ్రూప్ ఆన్ టీచింగ్ మ్యాథ్స్ - పోజిషన్ పేపర్ 2006**

❖ సాధారణ విచక్షణను గణనంలోకి మార్చడమే సంభావ్యత - ప్రియరి సైమన్ ఆప్లాన్

❖ సూర్యుడు పద్మములను వికసింపచేసినట్లు ప్రాచీన ఋషులు అనే గుర్తులు, సాంకేతికాలతో ఉండే విశ్లేషణతో గణితశాస్త్రాన్ని ప్రకాశమానం చేశారు. ఇది ఇపుడు, బీజగణితమనే పేరుపొందింది - భాస్కరా చార్య

❖ అంకగణితం యొక్క ఉత్తమమైన సమీక్ష బీజగణితంలోనే ఉంది - కెజోరి

గణిత శాస్త్ర లక్షణాలు

1. క్రమానుగతమైనది

❖ గణితం **వరుస క్రమాలపై** ఆధారపడును

❖ గణిత భావనలు ఒక క్రమపద్ధతిలో వృద్ధి చెందుతాయి.

❖ నిచ్చెనలోని మెట్లను ఒక దాని తరవాత ఒకటి ఎలాగైతే ఎక్కుతామో, అలాగే గణిత భావనల బోధనాభ్యసన కూడా ఒక దాని తరవాత మరొకటి జరగాలి.

❖ పూర్వ భావనలపై అవగాహన లేని విద్యార్థులు ప్రస్తుత భావనలను అర్థం చేసుకోలేరు.

❖ ఒక విద్యార్థి ఏదైనా గణిత భావనను అవగాహన చేసుకోవడంలో వెనుకబడినట్లైతే దానికి కారణం దానిపై ఆధారపడిన ముందు అంశాల బోధన సమయంలో హాజరు కాక పోవడం లేదా వాటిపట్ల సమగ్ర అవగాహన లేదేమో పరిశీలించాలి. ఆ లోపాన్ని సరిచేయాలి.

ఉదా : సంఖ్యామానం నేర్వనిదే సంకలనం రాదు. సంకలనం నేర్వనిదే గుణకారం రాదు.

2. తార్కికమైనది

❖ ఇచ్చిన అంగీకృత ప్రాథమికాంశాల నుంచి ముగింపును రాబట్టే ప్రక్రియనే తర్కం అనవచ్చు.

❖ గణితానికి తర్కం పునాది.

"గణిత శాస్త్ర భావనలన్నీ పూర్తిగా తార్కిక నిర్మాణం వల్లనే ఏర్పడ్డాయి" అని రస్సెల్, వైట్‌హెడ్‌లు భావించారు.

❖ అందువల్ల గణితంలో తార్కిక ఆలోచనను ప్రోత్సహించాలి.

❖ గణితానికి గల ఈ తార్కిక స్వభావాన్ని ఉపయోగించి బోధించటం ద్వారా విద్యార్థులలో తార్కిక ఆలోచనలు వృద్ధి చేయవచ్చు.

3. అమూర్తమైనది

❖ వాస్తవంగా గణితపరంగా ఆలోచించడం కూడా అమూర్తమే. అందువల్ల గణిత భావనల బోధనాభ్యసన మూర్తం నుంచి అమూర్తానికి జరగాలి.

❖ గణితం అమూర్త శాస్త్రం, అమూర్త చింతనా శక్తిని పెంపొందిస్తుంది.

❖ అందువల్ల ప్రాథమిక స్థాయిలో బోధించినపుడు మూర్త వస్తువులు జోడించాలి.

ఉదా : రెండుకు మూడు కలపడానికి రెండు గోళీలు, మూడు గోళీలు చూపించి వాటి మొత్తం ఐదు గోళీలని చెప్పించి అందులో నుండి రెండు, మూడుల మొత్తం ఐదు అని రాబట్టాలి.

4. సరిచూసే పద్ధతి

❖ విదార్థి సాధించిన సమస్యకు అప్పటికప్పుడు సరిచూసుకోవడం ద్వారా పునర్బలనం చెందుతాడు.

❖ ఇది గణితానికున్న విశిష్టమైన స్వభావం

❖ గణితంలో బోధించే ఏ విషయాన్నైనా దత్తాంశంతో సరిచూసుకొనే వీలుంది.

5. పరికరం/ నమూనాల అధ్యయనశాస్త్రం

❖ గణితశాస్త్రం ఏ ప్రాపంచిక విషయానికైనా నమూనాలను సూచిస్తుంది.

❖ నేడు మనం ఉపయోగిస్తున్న "అల్గారిథమ్" సాధారణ గణిత నమూనా అవుతుంది.

❖ గణిత శాస్త్రం దాదాపు అన్ని రకాల శాస్త్రాల అధ్యయనానికి ఓ ఆధారం లేక పరికరంగా తోడ్పడుతుంది.

❖ గణితాన్ని ఉపయోగించుకుని మిగిలిన శాస్త్రాలు అభివృద్ధి చెందాయి.

6. సంకేతాలు

❖ గణితశాస్త్రం ప్రత్యేకమైన సంకేతాలను కలిగి ఉంటుంది. ఈ ప్రత్యేకమైన సంకేతాలు కలిగిన భాషనుపయోగించి గణితాంశాలను సరళంగా సూచించవచ్చు.

- ❖ వీలైన ప్రతి సందర్భంలోను సంకేతాలను ఉపయోగించడం ద్వారా గణితంలోని సౌలభ్యాన్ని విద్యార్థులు గ్రహిస్తారు.
- ❖ గణిత గుర్తులతో కఠినమైన సమస్యలను సాధించవచ్చు.
- ❖ గణిత భాషనుపయోగించి విషయాన్ని వ్యక్తపర్చడం గానీ, లెక్కలు చేయడం గానీ చాలా సులభం,
- ❖ విజ్ఞాన శాస్త్రాధారమైన పరిశోధనలకు గణిత గుర్తులు, గణిత భాష చాలా ఉపయోగపడుతుంది.
- ❖ గణిత సంకేతాలు విషయాన్ని సూక్ష్మంగా సరళంగా సూచించడానికి తోడ్పడతాయి

7. అంతర్బుద్ధితో ఏర్పడింది

- ❖ ప్రతి గణిత ప్రవచనం మానవుని అంతర్బుద్ధి వల్లనే ఏర్పడిందని భావిస్తారు.

  ఉదా : రెండు బిందువుల గుండా ఒకే రేఖాఖండాన్ని గీయవచ్చు

8. సహజమైన ఆలోచనా విధానము

- ❖ గణితంలో సమస్యలను వ్యక్తి తార్కిక, ఆలోచనాశక్తి, సృజనాత్మకత శక్తుల ఆధారంగా సాధించాల్సి వుంటుంది. కాబట్టి తర్కబద్ధంగా, సృజనాత్మకంగా, హేతువాదంతో, కాల్పికంగా ఆలోచించడమే సహజమైన ఆలోచనా విధానం అని చెప్పవచ్చు.
- ❖ నిత్యజీవితంలో గణితాన్ని అప్రయత్నంగా క్రమబద్ధంగా కాకుండా అవసరానికి అనుగుణంగా ఉపయోగించటం జరుగును.
- ❖ పాఠశాలలో లిఖిత గణనలకు, నిత్యజీవితంలో మౌఖిక గణనలకు ప్రాధాన్యముంటుంది.

9. వేగం, ఖచ్చితత్వం/ నిర్దిష్టత

- ❖ గణితంలో సందిగ్ధతకు తావుండదు.
- ❖ ఫలితాలను "సరైనవి – సరికానివి" అని మాత్రమే వర్గీకరించవచ్చు.
- ❖ గణిత ఫలితాలు పరిస్థితులకు అనుగుణంగానో, అభిప్రాయాలకు అనుగుణంగానో మారే అవకాశం లేదు.
- ❖ ఈ గణిత లక్షణం ఆత్మవిశ్వాసాన్ని పెంపొందిస్తుంది.

10. సౌందర్య లక్షణం

- ❖ జ్యామితి ఆధారంగా మానవునితో నిర్మించబడే కట్టడాలు, ప్రకృతిలో సౌష్ఠవ రూపాన్ని కలిగిన పూలు, ఆకులు, అలాగే, గణిత పజిల్స్, శిల్పం ఇవి అన్నీ కూడా గణిత నియమాలకు లోబడిన విషయాలని మనకు తెలుసు.
- ❖ పిల్లల్లో సాధారణంగా ప్రకృతిని పరిశీలించటం, పరిశీలించిన అంశాల గురించి ప్రశ్నించటం, సమాధానాలను తార్కికంగా విశ్లేషించటం వంటి లక్షణాలు కనపడతాయి.
- ❖ ఈ భావనలు క్రమంగా బలపడి వారిలో **గణిత వివేచనకు** బీజం వేస్తాయి.
- ❖ పరిసరాల్లోని వస్తువులు, వ్యక్తులు, మొదలైన అన్ని అంశాలు వివేచన ద్వారా ఆలోచించిన తరువాత మాత్రమే అంగీకరిస్తారు.
- ❖ ఈ భావనలు గణితపరమైన విశ్లేషణలకు పునాదిగా నిలిచి విద్యార్థిలో గణిత అభ్యసనపట్ల ఆసక్తిని రేకెత్తిస్తాయి
- ❖ గణితం వల్లనే ప్రపంచంలోని వస్తువులన్నీ అందంగా కనిపిస్తాయి
- ❖ దీనికి కారణం సౌందర్యం, సౌష్టవం, సర్వసమానత్వం.

11. హేతువాదం

- ❖ గణితంలో చాలా ముఖ్యమైనది, సరళమైంది
- ❖ హేతువాదాన్ని మానవుల విశ్లేషణా శక్తిగా భావించిన వారు – **గ్రీకులు**
- ❖ "ప్రకృతిలో ఉన్న ఉత్తమోత్తమ లక్షణం, అత్యుత్తమ సంతోషాన్ని కల్గిస్తుంది.
- ❖ మానవుడిని నిజమైన మనిషిగా రూపొందిస్తుంది. కావున హేతువాదం అతనికి జీవం వంటిది" – **అరిస్టాటిల్**
- ❖ గణితంలో చాలా అంశాలు ఆగమన హేతువాద పద్ధతిలో బోధించి విద్యార్థులకు ఆయా భావనలపై అవగాహన కలిగించవచ్చు. కాని గణితంలో చాలా సమస్యలను నిగమన హేతువాదాన్ని ఉపయోగించుకొని సాధిస్తాం.
- ❖ గణిత హేతువాదం – 2 రకాలు : (1) ఆగమన హేతువాదం, (2) నిగమన హేతువాదం
- ❖ ఒక బేసి సంఖ్యల జత తీసుకొని వాటి మొత్తం కనుగొని అటువంటి జతలు కొన్నిటిని పరిశీలించి వాటి మొత్తం ఎల్లప్పుడు సరిసంఖ్యయే అని నిర్ధారనకు రావడం – **ఆగమనం**

- స్వానుభవ విషయాలు, నిరూపించబడని సత్యాలు, స్వీకృతాలు మొదలైన వాటిపై ఆధారపడే హేతువాదం - **నిగమన హేతువాదం**
- a = b మరియు b = c అయిన a = c అగును అని నిర్ధారించడం ఈ రకమైన హేతువాదం - **తార్కిక హేతువాదం**
- ఒక విషయాన్ని అనేకసార్లు పరిశీలించినపుడు ఒకే ఫలితాన్ని పొందినట్లయితే మిగతా అన్ని సందర్భాలలో కూడ అదే ఫలితాన్నిస్తుందని నమ్మకం కల్గించే విషయ నిర్ధారణ - **ఆగమన హేతువాదం**
- ఆగమమనం ప్రకారం నిర్ధారణకు వచ్చే ముందు గణితానుగమన సిద్ధాంతం/ నిగమన విధానంలో నిర్ధారణకు రావాలి

గమనిక : ఆగమన, నిగమనాలను సమన్వయ పరిచింది - **ఛార్లెస్ డార్విన్**

12. సహసంబంధం

- "ఒక విషయంలోని సమస్యకు మరొక విషయంలో పరిష్కారం లభిస్తే అది సహసంబంధం" - **బ్రాడ్ ఫోర్డ్**
- "ఒక పాఠ్య విషయ బోధనలో మరో పాఠ్యవిషయం సాయపడితే అది సహసంబంధం" - **హెర్బార్ట్**
- "సామాన్య విజ్ఞాన శాస్త్రం అంతా గణిత పూరితమే" - **కాంట్**
- "భౌతిక పరిశోధన నుండి విడగొట్టలేని పరికరము" - **బెర్తలాట్**

సహసంబంధం - 2 రకాలు.

(1) అంతర్గత సహసంబంధం - గణిత శాస్త్రంలోని శాఖల మధ్య ఉండేది

ఉదా : సాధారణీకరించిన అంకగణితమే - **బీజగణితం**

సాధారణ గణిత రూపం - **ఆల్‌గారిథమ్**

(2) బాహ్య సహ సంబంధం - గణితానికి ఇతర సబ్జెక్టులకు ఉండే సహసంబంధం

ఉదా : ఛందస్సులో గణిత ఉపయోగం

ప్రాథమిక స్థాయిలోని - పరిసరాల విజ్ఞాన పాఠ్యాంశాలు సైన్స్, సోషల్ మధ్య సహ సంబంధం

ఇ.వి.ఎస్ 1వ తరగతి		2వ తరగతి	
1. నేను - నా కుటుంబం	- సోషల్	1. నేను మా బంధువులు	- సోషల్
2. నేను - నా శరీరం	- సైన్స్	2. చూద్దాం-చేద్దాం	- సైన్స్
3. పూలు	- సైన్స్	3. రకరకాల చెట్లు	- సైన్స్
4. పండ్లు	- సైన్స్	4. గాలి	- సైన్స్
5. కూరగాయలు	- సైన్స్	5. నీళ్ళు	- సైన్స్
6. మన నేస్తాలు	- సైన్స్	6. జంతుప్రపంచం	- సైన్స్
7. తిందాం .... తిందాం	- సైన్స్	7. ఆహారం	- సైన్స్
8. నేను - మా ఇల్లు	- సైన్స్	8. ఇల్లు - వసతులు	- సైన్స్
9. వ్యక్తిగత పరిశుభ్రత	- సైన్స్	9. ఇల్లు - పరిశుభ్రత	- సైన్స్
10. ఊరికి పోదాం	- సోషల్	10. మా ఇరుగు - పొరుగు	- సోషల్
11. మా ఇంట్లో వస్తువులు	- సైన్స్	11. మా ఆటలు	- సైన్స్, సోషల్
12. పగలు - రాత్రి	- సోషల్	12. రవాణా సాధనాలు	- సోషల్

ఇ.వి.ఎస్ - 3వ తరగతి		4 వ తరగతి	
1. కుటుంబం	- సోషల్	1. కుటుంబ వ్యవస్థ - మార్పులు	- సోషల్
2. ఎవరేం పని చేస్తారు?	- సోషల్	2. ఆటలు - నియమాలు	- సోషల్, సైన్స్
3. ఆడుకుందాం?	- సైన్స్	3. రకరకాల జంతువులు	- సైన్స్
4. జంతువులు - వాటి నివాసాలు	- సైన్స్	4. జంతువుల జీవన విధానం, జీవవైవిధ్యం	- సోషల్, సైన్స్
5. మన చుట్టూ ఉన్న మొక్కలు	- సైన్స్	5. మన చుట్టూ వుండే మొక్కలు	- సైన్స్
6. ఆకులతో అనుబంధం	- సైన్స్	6. దారి తెలుసుకుందామా !	- సోషల్
7. మనం ఏమేమి తింటాం	- సైన్స్	7. ప్రభుత్వ సంస్థలు	- సోషల్

8. ఆహారపు అలవాట్లు - సైన్స్	8. ఇళ్ళ నిర్మాణం - పారిశుద్ధ్యం - సైన్స్
9. మన గ్రామం - సోషల్	9. మా ఊరు - మా చెరువు - సోషల్
10. రకరకాల ఇళ్ళు - సైన్స్	10. మన ఆహారం - మన ఆరోగ్యం - సైన్స్
11. శుభ్రమైన ఇల్లే అందమైన ఇల్లు - సైన్స్	11. ఊరు నుండి ఢిల్లీకి - సోషల్
12. " మట్టితో చేసిన మాణిక్యాలు " - సైన్స్	12. భారతదేశ చరిత్ర - సంస్కృతి - సోషల్
5వ తరగతి	
1. జంతువులు - మన జీవనాధారం - సైన్స్	9.వాతావరణం - గాలి - సైన్స్, సోషల్
2. వ్యవసాయం - పంటలు - సైన్స్, సోషల్	10. సూర్యుడు - గ్రహాలు - సైన్స్, సోషల్
3. మనం చెట్లను పెంచుదాం? - సైన్స్	11. భద్రతా చర్యలు - సోషల్
4. పౌష్టికాహారం - సైన్స్	12. చారిత్రక కట్టడాలు - చంద్రగిరి కోట - సోషల్
5. మన శరీరం భాగాలు - సైన్స్	13. శక్తి - సైన్స్
6. మన శరీరంలోని వ్యవస్థలు - సైన్స్	14. మన దేశం - ప్రపంచం - సోషల్
7. అడవులు - గిరిజనులు - సైన్స్, సోషల్	15. మన రాజ్యాంగం - సోషల్
8. నది - జీవన విధానం - సైన్స్,సోషల్	16. బాలల హక్కులు - సోషల్

గణితాంశాలను నిర్ధారించటంలో ముఖ్య అంశాలు

1. సాధికారిత 2. సమన్వయ సామర్థ్యం 3. సాదృశ్యత
4. సహజాతం 5. ఏకాభిప్రాయం 6. కార్యసాధకత 7. సమయం

❖ **వివిధ గణిత అంశాలను నిర్ధారించే ప్రక్రియలో ఉపయోగించే ప్రామాణికాలు :**

1. **సాధికారత :** గణిత అంశాలను నిజనిర్ధారణ చేసే విషయంలో ఉపాధ్యాయుడికి సంబంధించిన అంశం పట్ల సాధికారత ఉండి తీరాలి. అపుడే ఉపాధ్యాయుడు విద్యార్థికి తగిన మార్గదర్శకత్వం చేయగల్గుతాడు. ఎంచుకున్న అంశం పట్ల స్పష్టత, అవగాహన లేకపోతే సరైన విశ్లేషణలు చేయలేడు.
2. **సమన్వయ సామర్థ్యం :** విషయ నిర్ధారణ చేయునపుడు ఉపాధ్యాయునికి సమన్వయ సామర్థ్యం ఉండాలి. గణిత భావనలకు **తర్కం** పునాది అయితే సమన్వయ సామర్థ్యం **నిర్మాణాత్మక భావన**కు దారితీస్తుంది.
3. **సాదృశ్యత :** మూర్త, అమూర్త భావనలను తెలిపేటపుడు గణితంలో సాదృశ్యత పరిజ్ఞానం ఉపయోగపడుతుంది. విద్యార్థి మూర్త ఆలోచనల ద్వారా **అమూర్త భావనలను** పెంపొందించుకుంటాడు. దానికి **అనుభవం ఆధారమైతే** సాదృశ్యత ఆ అనుభవానికి **అభివృద్ధి పథం**లో తోడ్పడుతుంది. నిజనిర్ధారణ చేయునపుడు సాదృశ్యత వల్ల విషయం సులభంగా అంగీకరించబడుతుంది లేదా ఆమోదించబడుతుంది.
4. **సహజత్వం :** ఏ శాస్త్రమైన, ఒక సమస్యకు పరిష్కారమైనా, సిద్ధాంత నిరూపణ అయిన అది ఒక మానవుని మేథస్సు నుండి ఉ ద్భవించినదే.
   ఉదా : పైథాగరస్ సిద్ధాంత నిరూపణ చేయుట , ప్రవచనాన్ని అంగీకరించటానికి కూడా సహజత్వం కారణము .
5. **ఏకాభిప్రాయం :** ఒక విషయాన్ని నిరూపణ చేయటానికి భిన్న అభిప్రాయాల సేకరణ, భిన్న విశ్వాసాల ఆధారంగానే జరుగుతుంది. అత్యధికంగా వీటితో పాటు తర్కం మరియు గణితాన్ని ఉపయోగించడం జరుగుతుంది .
6. **కార్యసాధకత :** మారుతున్న పరిస్థితులకు అనుకూలంగా ఉండటం, సమాజంలోని సమస్యలను పరిష్కరించే శక్తిని అభివృద్ధి చేయడం, ఏ పనినైనా నిర్ణీత సమయంలో పూర్తి చేసే శక్తిని , పట్టుదలను విద్యార్థిలో పెంచటమే వ్యవహారిక సత్తావాద లక్ష్యం.
7. **సమయం :** ఒక విషయాన్ని నిర్ధారించటానికి లేదా నిరూపించటానికి సమయం చాలా కీలకమైన అంశం **ఫెర్మా** నిరూపించని సిద్ధాంతం ఇటీవల కాలంలో నిరూపితం కావటమే ఇందుకు కారణం. విద్యార్థి లోని ప్రగతిని మూల్యాంకనం చేయటానికి కొంత సమయం కేటాయించి నికషను నిర్వహిస్తాం.

❖ అలాగే విషయం నిర్ధారించటానికి వనరుల పాత్ర కూడా ముఖ్యం

గణిత వివేచన : NCTM ప్రకారం ఇది ఒక ప్రయోజనాత్మక ప్రక్రియ

❖ ప్రకృతి పరిశీలన, ప్రశ్నించడం, విశ్లేషించడం, ఆలోచనలు వృద్ధి చేసుకుని క్రమంగా భావనలు రూపొందించడం జరగాలి.

వివేచన అభివృద్ధి

- సమర్ధనాత్మక ఓటమి అంగీకారం
- ఊహాత్మకత పెంపొందించే కృత్యాలు,
- సాధరణీకరణం
- ఆగమన,నిగమన విధానాలు ఏర్పాటు చేయాలి.

ప్రశ్నలు - ASN

- గణిత వివేచన అభివృద్ధికి మూడు రకాల ప్రశ్నలు అడగాలి.

  అవి : A - Always S - Some times N - Never
- వీటి ద్వారా ఊహాత్మక సామర్థ్యాలను, సాధరణికరణ భావనలను పెంపొందించవచ్చు.

గణిత వివేచన - రకాలు

1. ఊహాత్మక గణిత వివేచన :

- గణిత పరిశోధనలు మరియు గణిత సమస్య సాధనల్లో వినియోగించే పద్ధతులలో ఊహాత్మక గణిత వివేచన ఒకటి.
- ఒక వాక్యము లేదా ప్రవచనాన్ని సత్యమో లేదా అసత్యమో నిర్ణయించాల్సిన సందర్భంలో ఒక్కొక్కసారి ఊహాత్మకప్రతిపాదనలు చేయవలసి వస్తుంది.
- గణితపరమైన ప్రతిపాదనలు ఆధారం లేనివి మాత్రం కావు.

2. సమర్ధనాత్మక వివేచన :

- ఇది అప్పటికే అంగీకరింపబడిన గణిత భావనల మీద ఆధారపడి ఉంటుంది.
- సమర్ధనాత్మక వివేచన ఒక ప్రవచనం సత్యమో, అసత్యమో చేప్పటమే కాదు.కారణాలు కూడా తెలియ జేయాలి

3. ఆగమన వివేచన : ఆగమన గణిత వివేచన అనేది **సహజ జ్ఞానానికి** చెందినది.

- అనేక సందర్భాల్లో ఒక భావన లేదా విషయం సత్యమైనదో అన్ని సందర్భాలకు సత్యం అని భావింటమే ఆగమన గణిత వివేచన
- ఒక నిర్దిష్ట విషయంలో గణిత భావనలు లేదా ప్రక్రియ స్పష్టపరిస్తే అది సాధారణ విషయాలలో కూడా అదే భాగున స్పష్ట పరచటమే **ఆగమన గణిత వివేచన.**

4. నిగమన గణిత వివేచన :

- **ఉపయోగపడే** గణిత వివేచన ఇది. విద్యార్థుల పూర్వజ్ఞాన ఆధారంగా కాక అప్పటికప్పుడు కలిగిన జ్ఞాన సముపార్జన ద్వారా సమస్య సాధనను చేసే ప్రయత్నం ఇది.
- ఒక సిద్ధాంత నిరూపణను ఉదాహరణగా తీసుకున్నట్లయితే ఆ నిరూపణను ధృవీకరించి, సార్వత్రీకరణ చేయడం విద్యార్థిలోని ఉన్నత అభ్యసన స్థాయిని నిర్ణయిస్తుంది.

ధ్రువీకరణ ప్రక్రియ

- ఇది ఒక మానసిక ప్రక్రియ
- ఒక గణిత అంశాన్ని ధ్రువికరించడమంటే దాన్ని నిరూపించడం – షెల్డన్, షెల్డన్
- ధృవీకరణ ప్రక్రియలో ఇచ్చిన గణితాంశాన్ని ఒకే మొత్తంగా లేదా ఉప విభాగాలుగా చేసి ధృవీకరించడం జరుగుతుంది, ప్రవచనాల నిరూపణ ఒక **హేతువాద ప్రక్రియ**
- సమస్య సాధనలకు స్వీకృతాలు సూత్రాలపై ఆధారపడి ఉన్న వివేచన. సాధారణ విషయాలలో కూడా ఒక భావన స్థిరం
- ఒక సోపానం నుంచి మరొక సోపానానికి వెళ్ళే ప్రతీ సోపానాన్ని ధృవీకరించడం జరుగుతుంది. అలా చేసినప్పుడే గణిత సోపానానికి సార్ధకత ఏర్పడుతుంది.
- ఇలా గణిత సిద్ధాంతాలు ధృవీకరణ ప్రక్రియలో విద్యార్థి ప్రదర్శించే విశ్లేషణ ధోరణి అతడిలో ధృవీకరణ ప్రక్రియ ఈ క్రింది విధంగా ఎక్కువగా ఉంది.

ధ్రువీకరణ ప్రక్రియ రకాలు

1. నియత నిరూపణ - **ప్రాథమికోన్నతస్థాయికి తోడ్పడును**
2. అనియత నిరూపణ - **ఎలమెంటరి స్థాయికి తోడ్పడును**
3. అంతర్‌బౌద్ధిక నిరూపణ
4. దృశ్యనిరూపణ

1. నియత నిరూపణ

- గణిత పారిభాషిక పదాలు, గుర్తులు మరియు అమరికల ద్వారా **నియత నిరూపణ** అంటారు.
- నియత నిరూపణలు తయారు చేయడానికి విద్యార్థిలో గణిత సామర్థ్యాలు అధికంగా ఉండాలి.

ప్రయోజనములు :

- ప్రతీ సోపానంలో విద్యార్థి తర్కానికి సంబంధించిన నియమాలను పాటించే సామర్థ్యాన్ని పొందుతాడు.
- ఈ నిరూపణలు చేయునపుడు విద్యార్థి ప్రారంభంలోనే నిరూపణ వ్యూహాన్ని అంచనా వేస్తాడు.
- **ప్రాథమికోన్నతస్థాయి** విద్యార్థి నిరూపణ సామర్థ్యాన్ని అభివృద్ధి చేసుకుంటాడు.
- ఈ నియమాలలో ప్రతి సోపానాన్ని సమర్థించగల సామర్థ్యం విద్యార్థి పొందుతాడు.

పరిమితులు :

- భావన నిర్మాణానికి తగిన పునాది ఇవ్వటంలో ఉపాధ్యాయుడు విఫలమైతే విద్యార్థిలో నిరుత్సాహం, విషయం పట్ల అసత్యభావం కలుగుతుంది.
- జ్ఞాన నిర్మాణానికి అధికసమయం అవసరమవుతుంది. అతి తక్కువ సంఖ్యలో విద్యార్థులు ఉండే తరగతులకు మాత్రమే ఈ విధానం తగినది.
- ప్రతి విద్యార్థిలోనూ భావన నిర్మాణం జరుగుతుందని నిర్ణయించటం అసాధ్యం. పరిపక్వం చెందని విద్యార్థి ఎక్కువ ఇబ్బందులు ఎదుర్కోవలసి ఉంటుంది.

2. అనియత నిరూపణలు

- **నియత నిరూపణకు** భిన్నంగా **వ్యతిరేక దిశలో సాగే** నిరూపణను అనియత నిరూపణ అంటారు.
- అనియత నిరూపణలో **విరుద్ధ పద్ధతిలో** నిరూపణ చేయడం జరుగుతుంది.
- విద్యార్థులు సాధారణంగా ఏ నిరూపణ చేయలన్నా తొలిదశలో అనియత నిరూపణల ద్వారా నిరూపణ చేయడానికి ప్రయత్నించి విఫలం అయినపుడు మాత్రమే నియత నిరూపణలు చేయడానికి సుముఖత చూపిస్తారు.
- **ఎలిమెంటరీ** స్థాయిలో చాలా వరకు సిద్ధాంతాలు అనియత నిరూపణలు ద్వారా రానే నిరూపించడం జరిగింది.

ఉదాహరణ :

- ఏవైనా రెండు అంకెల లబ్ధం సంఖ్య అవుతుంది అనునది సంవృత ధర్మాన్ని పాటిస్తుంది.
- ఈ విషయాన్ని నిరూపించడానికి విరుద్ధంగా అనునది సంవృత ధర్మం ను పాటించదు
- 1, 2, 3, 4 అంకెలె అయిన 12 - సంఖ్య అవుతుంది.

  విరుద్ధం సరియైనది కాబట్టి నిరూపణ సంపూర్ణం అవుతుంది.

3. అంతర్ బౌద్ధిక నిరూపణలు

- ఆదిమ మానవ దశ నుంచీ క్రమంగా నాగరికుడిగా మారుతున్న క్రమంలో జరిగిన మానవ మేధోవికాసంతో పాటుగా గణిత శాస్త్ర వికాసం కూడా జరిగింది.
- ఇంకా చెప్పాలంటే మనిషిలోని గణిత వివేచనే అతని మేధో వికాసానికి బాటలు వేసింది.

  ఇవన్నీ అంతర బుద్ధి జనితాలే.

  ఉదాహరణకు శ్రీనివాసరామానుజన్ నిరూపించిన ఎన్నో గణిత భావనలు అతని అంతర్ బుద్ధి ఆధారంగా సాగినవే.

  ఇప్పటికీ కొన్ని సాంఖ్యకశాస్త్రం, సంఖ్యాశాస్త్రం తదితర గణిత విభాగాలన్నీ అంతర బుద్ధి ఆధారంగానే అభివృద్ధిచెందుతున్నాయి.

4. దృశ్య నిరూపణలు

- ఉపాధ్యాయుని శాబ్దిక ప్రవనచాల పరిశీలనలో విద్యార్థి నిరూషణలను చేయగల సామర్థ్యం పొందగలిగేలా చేయడం దృశ్య నిరూపణల ప్రధాన లక్ష్యం.

గణితీకరణ

- గణితంలో కవిత్వం, సౌందర్యం, అంతర్లీనంగా ఉంటాయి. ఈ రెండింటిని వాటి దృష్టి కోణంతోనే సమగ్రంగా అందించగల్గిన నేర్పు ఉన్న వ్యక్తి నుంచి వీటిని అందుకొనేందుకు ప్రతి విద్యార్థి అర్హత కలిగి ఉంటాడు. **– లాంగ్ డీ .టెంపుల్**
- గణితీకరణ అనేది ఒక సంక్లిష్ట ప్రక్రియ, పునర్ విశ్లేషణ, పునర్ వ్యవస్థీకరణ, సాధరణీకరణ, ప్రతిబింబించటం, అంతర్ బౌద్ధిక విషయాలను గణితాత్మకంగా వ్యక్తీకరించటం ఇందులో భాగంగా ఉంటాయి. **– క్లీమెంట్స్, శర్మ**
- గణితీకరణ అనేది గణిత నమూనాల తయారీ ప్రక్రియలో ఒక దశ ఇందులో దైనందిన ఘటన / నమూనాను గణిత నమూనగా మార్చటం జరుగుతుంది. **– బ్లూమ్స్, లీబ్**
- గణితీకరణ అనేది గణిత అభ్యసనానికి కేంద్రబిందువు కావాలి. **– గిన్స్ బర్గ్**
- గణితనమూనా విధానాన్ని సూచించినది. **– డెరాక్ హెలాక్**

ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో విద్యార్థి స్వభావం

- అమూర్త ఆలోచనలపై అవగాహన ఉంటుంది. పరిసరాలను పరిశీలిస్తాడు.
- తన అభిప్రాయాలను స్వేచ్ఛగా వెల్లడి చేస్తాడు. విశదీకరణకు తావు ఉంటుంది.
- ప్రశంస, అభిమానం, గౌరవం లాంటి అంశాలకు ప్రాధాన్యత ఇస్తాడు.
- **ప్రాథమికోన్నత స్థాయిలో** గణిత భావనలకు **పునాది** ఏర్పడుతుంది.

గణితం - చారిత్రక సమీక్ష

- గణితాన్ని దాని చరిత్ర నుండి విడగొట్టే ఏ ప్రయత్నం వల్ల అయిన గణితం నష్టపోయినంతగా మరేది నష్టపోదని నేను దృఢంగా చెప్పగలను **– W. గ్లైషర్**
- గణితాన్ని సమస్యల చరిత్రగా ప్రదర్శించాలి **– లైబ్నిజ్**
- గణితం నాగరికత కలిగిన చారిత్రక విషయం అనగా వివిధ నాగరికతలలో గణిత అభివృద్ధిని పరిశీలించవచ్చు.
- ప్రాచీన నాగరికతను పరిశీలిస్తే క్రీ.పూ. 4 వేల సంవత్సరాల క్రితమే అంకెలను అరూప భావనలుగా నేర్చుకోవడం మొదలైంది.
- గణిత శాస్త్ర మూల రూపాలు – ఈజిప్షియన్, బాబిలోనియన్, సుమేరియన్, సింధూ, గ్రీకు నాగరికతలలో పరిశీలించవచ్చు.

సుమేరియన్‌లు

- షష్ట్యాంశమాన పద్ధతి, ఏకాంక భిన్నాలు ఉపయోగించారు, ఖగోళ విషయాలు కూడా పేర్కొన్నారు.
- గుణకారం → ఆవర్తన సంకలనం

  భాగహారం → ఆవర్తన వ్యవకలనం అని గుర్తించారు.
- π విలువను ఉపయోగించారు.
- దీర్ఘచతురస్ర పొడవును దాని వెడల్పుతో గుణించడం ద్వారా దాని వైశాల్యాన్ని కనుక్కోవచ్చు అని కనిపెట్టినారు.

బాబిలోనియన్లు

- సంఖ్యావాదం, వర్గ సమీకరణాలులపై పరిశోధన చేశారు.సాధించగలిగే అంక గణిత జ్ఞానం ప్రదర్శించారు.
- కాలమానంను కనిపెట్టారు అనగా గంటను 60 నిమిషాలుగా ఒక నిమిషాన్ని 60 సెకన్లుగా విభజించారు.

రోమన్లు

- చేతివేళ్ళ ఆధారంగా సంఖ్యామానాన్ని ఉపయోగించారు.
- గణితాన్ని శుద్ధగణితం, అనువర్తిత గణితం అని రెండు రకాలుగా విభజించారు.

ఇంగ్లాండ్

- సర్ రొనాల్డ్ ఎ. ఫిషర్ – సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు.

  గమనిక : భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు – మహాలనోబిస్

జార్జిబులే

- 1854లో ఇతను ప్రతిపాదించిన బులియన్ ఆల్‌జీబ్రా సిద్ధాంతాలు ద్విసంఖ్యా మానాన్ని Digital electronic circuits లో అనువర్తించడానికి వీలు కల్పించాయి.
- ప్రస్తుతం దీనిని కంప్యూటర్ ప్రోగ్రామింగ్‌లో ఉపయోగిస్తున్నారు.

చైనా

- వీరి అతి ప్రాచీన గణిత గ్రంథం **- చౌ - పి**
- చైనా నాగరికత క్యాలండర్ సమస్యలు, క్షేత్రసమితి, నవవిభాగ అంకగణిత పద్ధతులు, లెక్కించు చువ్వలుమొదలగు గణితాంశాలను సాధించింది.
- 6 బిట్, 3 బిట్ అనే పద్ధతిలో సంఖ్యామానం సూచించిన చైనీయుడు **- ఇచింగ్**
- 2- విధాలుగా సంఖ్యామానాన్ని ఉపయోగించిన చైనీయుడు **- షావోయంగ్**
- చైనీయులు కనిపెట్టినవి : 1. Abacus, 2. Tangram, 3. Magic Squares, 4. అయస్కాంత దిక్సూచి

- జర్మనీకి చెందిన లైబ్నిట్జ్ Explanation of Binary arthimatic అనే వ్యాసంలో ఇచ్చిన ద్విసంఖ్యామాన వివరణ వల్ల 0, 1 గుర్తుల వినియోగం ప్రాచుర్యంలోకి వచ్చింది.
- ఫ్రాన్స్‌కు చెందిన పాస్కల్ ద్విపద విస్తరణకు సంబంధించిన పాస్కల్ త్రిభుజాన్ని అభివృద్ధి చేసాడు. ఇతని గ్రంథం **- *SPIRIT OF GEOMETRY***
- ఫ్రాన్స్‌కు చెందిన రనేడెకార్టెస్ వైశ్లేషిక రేఖాగణితం/ నిరూపక జ్యామితిని సృష్టించాడు.
  వర్గమూలం యొక్క గుర్తును ($\sqrt{\ }$) మొదటిసారిగా ఉపయోగించింది ఇతనే

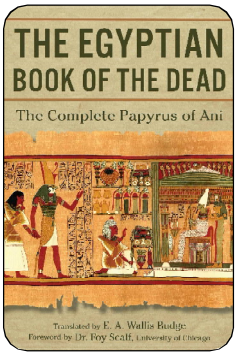
జాన్ నేపియర్ (స్కాట్లాండ్) 1550-1617

- సంవర్గ మానాలను రూపొందించాడు.
- గుణకారాలకు నేపియర్ పట్టీలను ప్రవేశపెట్టాడు.
- దశాంశ భిన్నాలను ప్రవేశపెట్టిన గణిత శాస్త్రవేత్త.

ఈజిప్షియన్‌లు

- వీరి గణిత జ్ఞానాన్ని నిరూపించిన వ్యక్తి **- హెరిడొటస్**
- వీరి రేఖాగణిత జ్ఞానానికి నిదర్శనం **- పిరమిడ్లు**
- వీరు స్వీకృతాలపై ఆధారపడ్డ గణితాన్ని నిరూపించలేకపోయారు అనగా వీరి విధానం యత్న దోష పద్ధతిపైఆధారపడిఉండేది. వారుచెప్పిన నియమాలు, సూత్రాలు వారి అనుభవం వల్లనే నిజమని నమ్మారు.
- వీరి అతి ప్రాచీన గణిత కరదీపిక **- ఈజిప్షియన్ పాపిరస్**
  దీనిని రచించినది **- అహిమ్స్ (క్రీ.శ. 1700)**
- ఈజిప్షియన్ పాపిరస్‌లో ఉండే అంశాలు : 1. అంకగణితం 2. భిన్నాలు 3. సమద్విబాహుత్రిభుజ వైశాల్యం 4. లంబకోణ త్రిభుజ వైశాల్యం 5. ప్రాథమిక బీజగణిత అంశాలు

ఈజిప్షియన్ల గణిత సేవ



- వీరికి ఒకే అజ్ఞాతరాశి గల సామాన్య సమీకరణానికి చెందిన జ్ఞానం ఉంది.
  వీరు ఉపయోగించిన అజ్ఞాత రాశులు **- హౌ, హీప్**
- ప్రాచీన ఈజిప్ట్‌లో గుణకార పద్ధతులలో ద్విసంఖ్యామానాన్ని అనుసరించారు.
  వీరు వైశ్యాల్యానికి సంబంధించిన సమస్యలు సాధించారు.
- వీరు వృత్త వైశాల్యం దాని యొక్క వ్యాసాన్ని $\frac{8}{9}$ చే గుణించి రాబట్టినారు.

వీరి ప్రకారం

- ❖ వృత్త వైశాల్యం $=\left(\frac{8}{9}\times d\right)^2$
- ❖ త్రిభుజ వైశాల్యం $=\frac{1}{2}\times ca$
- ❖ చతుర్భుజ వైశాల్యం $=\frac{a+b}{2}\times\frac{c+d}{2}$
- ❖ ట్రెపీజియం వైశ్యాలం $=\frac{1}{2}h(a+b)$
- ❖ వీరు π విలువను 3.1605 గా తీసుకున్నారు..
- ❖ దత్త సరళరేఖమీద 3:4: 5 నిష్పత్తిలో 3 భాగాలుగా విభజించిన వాటిని మూడు కొయ్య మేకుల చుట్టూ తిప్పి లంబకోణాన్ని నిర్మించే పద్ధతి వీరికి తెలుసు
- ❖ వీరు భిన్నాలను ఏకాంక భిన్నాలుగా, స్థిర భిన్నాలుగా రాశారు
  (ఒకే భిన్నాన్ని విభిన్న భిన్నాల మొత్తంగా రాయడం $\rightarrow$ ఏకాంక భిన్నం
  భిన్నంలో లవాన్ని స్థిరంగా ఉంచి భిన్నాలను రాయడం $\rightarrow$ స్థిర భిన్నం)
- ❖ భిన్నాలను మొదట 'ఈజిప్షియన్ పాపిరస్' అదే రాతప్రతిలో యూనిట్ భిన్నంను ఈజిప్టులు మొదట ఉపయోగించినట్లు తెలుస్తుంది.
- ❖ 2 లవముగా భిన్నాలు, స్థూపం, దీర్ఘఘనం పరిమాణలు, పిరమిడ్ వంటి కొలతలు, మొదలైనవి సాధించారు. ఇప్పుడు ఉపయోగించే సామాన్య భిన్నాలను రాసే పద్ధతి ఇండియా వాడుకలో ఉన్న పద్ధతికి దగ్గరగా ఉంది.
- ❖ వీరికి సూక్ష్మమైన సంఖ్యా విధానం లేదు.

  ఉదా : చేతి బ్రొటనవేలు, నిలబడిన మనిషి, గొడుగు, బర్బట్ పక్షి లాంటి గుర్తులు వాడారు
  వీరి సంఖ్యా విధానం దశాంశ పద్ధతి
  1ని ఒక నిలువ కఱ్ఱ లేదా కొయ్య గుర్తుతో,
  10,000ని చూపుడు వేలు గుర్తుతో,
  1,00,000ని బర్‌బట్ పక్షి గుర్తుతో,
  10,00,000ని ఆశ్చర్య పడుతున్న మనిషి గుర్తుతో సూచించారు.
- ❖ ఈజిప్షియన్లలో గొప్పవాడు **– థియాన్**
  ఇతని గ్రంథం. **– ది కామెంటరీ ఆన్ టాలమీస్ ఆల్మగెస్ట్**
- ❖ ఇతని కూతురే **– జార్జ్‌హెపాటిమా**
  ఈమె ప్రపంచంలోని మొట్ట మొదటి మహిళా గణిత శాస్త్రవేత్త
  ఈమె గ్రంథాలు ది కామెంటరీ ఆన్ అర్థమెటికా ఆఫ్ డయాఫాంటస్
  ది కామెంటరీ ఆన్ అపలోనియస్ కొనిక్స్
  ది కామెంటరీ ఆన్ కొనికల్ స్ట్రక్చర్స్

George Hepatima

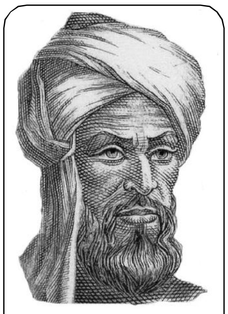
అరబ్బులు

- ❖ నేడు ప్రపంచ వ్యాప్తంగా ఉపయోగిస్తున్న హిందూ అరబిక్ సంఖ్యా విధానాన్ని రూపొందించింది అరబ్బులే
- ❖ వీరు త్రికోణమితిని పటిష్ట పరిచారు
- ❖ వీరు టాలమీ రచించిన గణిత శాస్త్ర సమాహారం అనే గ్రంథాన్ని ఆల్మగెస్ట్ అని పిలిచేవారు
- ❖ వీరికి భారతీయ సంఖ్యా విధానం, సున్న (0) లను పరిచయం చేసిన గ్రంథం – బ్రహ్మస్పుట సిద్ధాంతం

దీనిని హింద్ - సింధ్ అనే పేరుతో అరబ్‌లోకి అనువదించడం జరిగింది.

- ❖ అరబ్‌లోకి అనువాదము అయిన తొలి భారతీయ గణిత గ్రంథం "అజ్-బ-బహరీన్" (ఆర్యభట్టీయం)

అరబ్బులలో ముఖ్యులు :



Alfowarizmi

ఆల్ఫోవారిజ్మి

- ❖ అరబ్ బీజగణిత పితామహుడు

  ఇతని పుస్తకం ఆల్ జబర్ ఆల్‌ముఖాబులా
- ❖ సైన్ కాకుండా టాంజెంట్‌కు కూడా ఖగోళ పట్టికను రూపొందించాడు.
- ❖ రెస్టోరేషన్, రిడక్షన్ అనే నియమాలు రూపొందించినాడు.
- ❖ సామన్య వర్గ సమీకరణాలను సాధించే పద్ధతులను వివరించాడు.
- ❖ త్రిభుజం, సమాంతర చతుర్భుజం, వృత్త వైశాల్యాలను గణన చేసాడు.

గమనిక : • ఒక సమీకరణంలోని ఋణ పదాలను సమీకరణంలో రెండవ వైపుకు తీసుకు వెళ్ళడమే - **రెస్టోరేషన్**

• సజాతి పదాల కూడికే - **రిడక్షన్**

టబిట్ ఇబిన్ కొర్ర

- ❖ అమికబుల్ నంబర్స్‌పై పరిశోధనలు చేసి ఒక గ్రంథాన్ని రాశాడు.
- ❖ కోణాన్ని త్రిథాకరించాడు.
- ❖ మాంత్రిక చతురస్రాలపై కృషి చేసిన తొలి చైనీయేతరుడు.

ఆల్ బటానీ

- ❖ Co-Tan పట్టికలు రూపాదించాడు.

ఆల్ బార్కీ

- ❖ సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో, బీజగణితంపై పరిశోధనలు చేసాడు.

గమనిక : పైన వివరించినది అంతా తూర్పు అరబ్బులకు చెందినది.

పశ్చిమ అరబ్బు దేశానికి చెందిన వారిలో జబీర్ ఇబిన్ ఆప్లా ప్రముఖులు

జబీర్ ఇబిన్ ఆప్లా

ఖగోళ శాస్త్రం మీద 9 పుస్తకాలు రాసారు.

గమనిక : శాంఖవ పరిచ్ఛేదం పై 8 పుస్తకాలు రచించినది - **అపలోనియస్**

5 విభిన్న అంశాలపై 5 పుస్తకాలు రాసి "న్యూటన్ ఆఫ్ ఆంటిక్విటి" గా పిలువబడినది - **ఆర్కిమెడిస్**

గ్రీకులు

- ❖ గ్రీకులు అంకెలకు, గణితానికి ఒక రూపాన్ని ఇచ్చారు.
- ❖ సంఖ్యలను వర్గీకరించారు.
- ❖ సంగీతంలో సంఖ్యల్ని ప్రవేశపెట్టారు.
- ❖ హేతువాదాన్ని ధృడంగా విశ్వసించారు అనగా ఇది మానవుని యొక్క గొప్ప విశ్లేషణా శక్తిగా భావించారు.
- ❖ అత్యంత సౌష్టవమైన కొలతలు కలిగిన దీర్ఘచతురస్రాన్ని సృష్టించారు.

  దీనినే **Golden Section/ Golden Ratio** అని అంటారు.

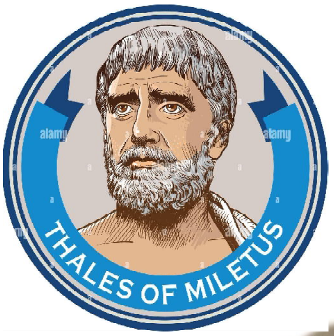
  Golden Ratio =1.618 : 1
- ❖ థేల్స్ తో ప్రారంభమై అనాక్సగోరస్ వరకు సుమారు వంద సంవత్సరాలు కొనసాగిన అయోనిక్ పాఠశాల, పైథాగరస్‌తో మొదలై సుమారు రెండు వందల సంవత్సరాలు కొనసాగిన పైథాగరియన్ పాఠశాలలు, గ్రీకు గణితానికి స్థావరాలు.? వీరి సంఖ్యా విధానాన్ని అర్థమెటికా అని గణనా విధానాన్ని లాజిస్టికా అని పిలిచేవారు.
- ❖ వీరు అంకెలను లెక్కించడానికి వేళ్ళను, గులక రాళ్ళను, అబాకస్‌ను ఉపయోగించారు.

థేల్స్

- ❖ అయోనిక్ పాఠశాల స్థాపకుడు
- ❖ గ్రీకు దేశంలో రేఖా గణిత అధ్యయనాన్ని ప్రారంభించాడు
- ❖ దీపపుస్థంబాల (Light House) నీడలను బట్టి సముద్రంలో పడవ ఎంత దూరంలో ఉందో లెక్కకట్టేవాడు
- ❖ ఇతను జ్యామితికి సంబంధించి 6 సిద్ధాంతాలను ప్రవేశపెట్టాడు.

1. రెండు రేఖలు ఖండించుకుంటే వాటి శీర్షాభిముఖ కోణాలు సమానం
2. వృత్తాన్ని దాని వ్యాసం 2 సమాన భాగాలుగా చేస్తుంది
3. అర్ధవృత్తంలోని కోణం లంబకోణం,
4. త్రిభుజంలో కోణాల మొత్తం 2 లంబకోణాలు
5. సమద్విబాహు త్రిభుజంలో భూ శీర్షకోణాలు సమానం
6. 2 త్రిభుజాలు భు.కో.భు నియమం ప్రకారం అవి సర్వసమానాలు,

ఇతడి ప్రేరణతో గణిత అధ్యయనం చేసినది – పైథాగరస్

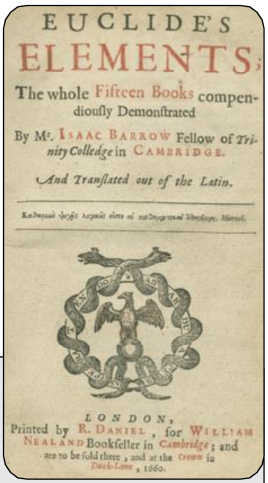


యూక్లిడ్

Euclid
(325–265 BC)

- ❖ జ్యామితి/ రేఖాగణితం/ జ్యామెట్రి పితామహుడు – యూక్లిడ్
- ❖ ఇతడు ప్రదర్శనా జ్యామితిపై కూడా పరిశోధన చేశాడు
- ❖ యూక్లిడ్ గ్రంథాలు : 1. ది ఎలిమెంట్స్, 2. డేటా
- ❖ ఇతడు స్వీకృతాలకు ప్రసిద్ధి
- ❖ స్వీకృతం అనగా – స్వయంసిద్ధ ప్రతిపాదన / సార్వత్రిక సత్యమై ఉంటుంది
- ❖ ఏథేన్స్‌లోని ప్లాటో అకాడమీలో ఇతని ప్రాథమిక విద్యాభ్యాసము జరిగింది
- ❖ ఖగోళ శాస్త్రజ్ఞుడైన టాలమీ (Ptolomy) తో ప్రారంభించబడిన అలెగ్జాండ్రియా రాజ విశ్వ విద్యాలయంలో యూక్లిడ్ గణితాన్ని బోధించేవాడు.
- ❖ యూక్లిడ్, తన తార్కిక ఆలోచనలను ఒక క్రమపద్ధతిలో అమర్చి , తాను పరిశీలించిన స్వానుభవ విషయాలను స్వీకృతాలుగా నిర్ణయించి రేఖాగణితాన్ని అభివృద్ధిపర్చాడు.
- ❖ యూక్లిడ్ తనకన్న ముందు పరిశోధన చేసిన గణిత శాస్త్రవేత్తలు కనిపెట్టిన భావనలన్ని ఒక క్రమంలో అమర్చి రచించిన పుస్తకమే. The Elements

ది ఎలిమెంట్స్


EUCLIDE'S
ELEMENTS;
The whole Fifteen Books compendiously Demonstrated
By Mr. ISAAC BARROW Fellow of Trinity Colledge in CAMBRIDGE.
And Translated out of the Latin.
LONDON,
Printed by R. DANIEL, for WILLIAM NEALAND Bookseller in Cambridge; and are to be sold there, and at the Crown in Duck-Lane, 1660.

- ❖ "The Elements" బైబిల్ తర్వాత ఎక్కువ భాషలలో ముద్రితమైన గ్రంథం
- ❖ అబ్రహం లింకన్ తన 42వ ఏట తన తర్కాన్ని పెంచుకోవడానికి ఈ గ్రంథాన్ని చదివాడట !
- ❖ ఇది 13 భాగాలుగా ఉంది.
- ❖ ది ఎలిమెంట్స్‌లో 47వ ప్రతిపాదన పైథాగరస్ సిద్ధాంతము
  48వ ప్రతిపాదన దానికి విపర్యం
- ❖ పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని కలిగియున్న తొలి గ్రంథం The Elements

ది ఎలిమెంట్స్‌లోని భాగాలు

- ❖ 1వ భాగం – నిర్వచనాలు, స్వీకృతాలు, వాటి వివరణలు, మొత్తం 48 ప్రతిపాదనలు
- ❖ 2వ భాగం – వైశాల్యాలు,వాటి పరివర్తనలు, బీజగణిత సంబంధిత అంశాలు
- ❖ 3వ భాగం – వృత్తాలు, చాపాలు, జ్యాలు, అంతర్లిఖిత కోణాల సిద్ధాంతాలు
- ❖ 4వ భాగం – పైథాగరీయన్ నిర్మాణాలు, క్రమ బహుభుజుల నిర్మాణాలు, యూక్లిడియన్ అల్గారిథం
- ❖ 5వ భాగం – అనుపాతానికి సంబంధించి యూడోక్సస్ (Eudoxus) వాదం

- ❖ 6వ భాగం – యూడోక్సస్ వాదాన్ని రేఖా గణితానికి అనువర్తనం, సరూప త్రిభుజాల సిద్ధాంతాలు, తృతీయ, చతుర్ధ, మధ్యమ అనుపాతాలు, వర్గ సమీకరణాలు జ్యామితీయ సాధన, శీర్షకోణ సమద్విఖండన రేఖ సిద్ధాంతం
- ❖ 7వ భాగం – యూక్లిడియన్ అల్‌గారిథం, సాపేక్ష ప్రధానాంకాలు
- ❖ 8వ భాగం – వితతానుపాతం (continued proportion) గుణ శ్రేఢి
- ❖ 9వ భాగం – ముఖ్యమైన సిద్ధాంతాలు అనేకం ఉన్నాయి.

అందులో కొన్ని

ఎ) ఒకటి కంటే పెద్దదైన ఏ పూర్ణసంఖ్యనైనా ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధంగా ఒకే ఒక విధంగా రాయవచ్చు.

బి) గుణశ్రేఢీలో మొదటి ‘n’ పదాల జ్యామితీయ నిరూపణ

సి) త్రిపరిమాణ జ్యామితికి సంబంధించిన నిర్వచనాలు, రేఖలు, తలాలు, వాటి సంబంధిత సిద్ధాంతాలు.

డి) వివిధ ఘనాల ఘనపరిమాణాలు, శోషణ పద్ధతి (Method of Exhaustion) వినియోగం

ఇ) ఐదు క్రమ ఘనాలను గోళంలో అంతర్లిఖించడం

- ❖ 10వ భాగం – కరణీయ సంఖ్యలకు చెందిన విషయాలు
- ❖ 11, 12, 13వ భాగాలు – త్రిపరిమాణ జ్యామితి

యూక్లిడ్ 2వ పుస్తకం The DATA– ఇది విశ్లేషణకు సంబందించిన పద్ధతులను వివరిస్తుంది

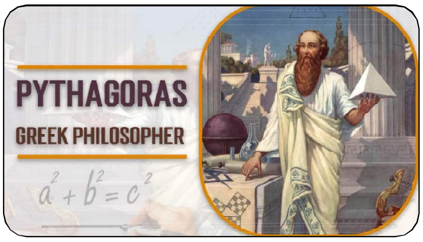
గణిత సేవ

- ❖ GCD కనుక్కోవడానికి ఆల్‌గారిథం రూపొందించాడు
- ❖ కరణీయ సంఖ్యలకు సంబంధించిన అనేక సమస్యలను సాధించాడు. ప్రధానసంఖ్యలు అనంతమని తెలిపాడు.
- ❖ ది ఎలిమెంట్స్ గ్రంథంలోని 1,3,4,6,11,12 భాగాలలో ఉన్న అంశాలనే నేడు మనం పాఠశాలల్లో రేఖాగణితం పేరుతో చదువుతున్నాం
- ❖ ఇతడు కనిపెట్టిన జ్యామితి ఎంత గొప్పదంటే ప్రపంచంలో రెండే జ్యామితులు ఉన్నాయి

1. యూక్లిడ్ రేఖాగణితం
2. యూక్లిడేతర రేఖాగణితం – దీనిని అభివృద్ధి పరిచినది – గాస్, రీమన్, లొబొచెవిస్కీ

యూక్లీడియన్ రేఖాగణితంలోని కొన్ని గణితాంశాలలో K.F. Gauss, Lobachevsky, Bolyai, Reimann మొదలైన గణితశాస్త్రవేత్తలు విభేదించి యూక్లిడ్ చెప్పిన సమాంతర స్వీకృతాలు తప్పు అని నిరూపించారు.

పైథాగరస్



- ❖ **జననం : శ్యామోస్‌లో**
- ❖ క్రాంటన్ (ఇటలీ)లో ఇతడు స్థాపించిన “పైథాగారియన్ పాఠశాల” యొక్క చిహ్నం – 5 శీర్షాల నక్షత్రం
- ❖ ఈ పాఠశాలలోని వింత నిబంధనల కారణంగా స్థానిక డెమోక్రటిక్ పార్టీ వారు పాఠశాలను ధ్వంసం చేశారు
- ❖ పైథాగరస్ మెటాఫాంటమ్ కు పారిపోయి అక్కడే హత్య గావింపబడ్డాడు.
- ❖ వీరు వైశాల్యం అనే అంశంపై ఎక్కువ కృషి చేసారు.
- ❖ లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క భుజాల కొలతలు $1 : 1 : \sqrt{2}$ అనే విషయం వీరికి తెలియదు

పైథాగరస్ - గణిత సేవ

- ❖ Mathematics అనే పదాన్ని తొలి సారిగా ఉపయోగించారు. సంఖ్యలను వర్గీకరించారు.
- ❖ సరి సంఖ్యలను “స్త్రీ” సంఖ్యలని, బేసి సంఖ్యలను “పురుష సంఖ్యలని” అన్నారు.
- ❖ ఒక సంకలనం ద్వారా రాబట్టే సరిసంఖ్యల శ్రేణిలో ప్రతి సంఖ్యను వరుస సంఖ్యల లబ్ధంగా రాయవచ్చు.

ఉదా : 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

6(2 + 4), 12(2 + 4 + 6), 20(2 + 4 + 6 + 8) ....

2×3 3×4 4×5 ....

❖ బేసి సంఖ్యల మొత్తం ఎల్లప్పుడు ఒక ఖచ్చిత వర్గం అవుతుంది

ఉదా : $1 + 3 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$

❖ త్రిభుజ సంఖ్యలు $\frac{n(n+1)}{2}$ రూపంలో ఉంటాయి అని తెలిపాడు

❖ చతురస్ర సంఖ్యలు అనగా వర్గ సంఖ్యలు అని తెలిపాడు

❖ సంఖ్యలను సంగీతంలో ప్రవేశ పెట్టాడు.

❖ అనుపాత సంబంధ ధర్మాలను ప్రతిపాదించాడు.

❖ ఎక్కడ సంఖ్య ఉంటుందో అక్కడ లయ ఉంటుంది – పైథాగరస్

❖ జ్యామితీయ పటాలకు అక్షరాలు సూచించాడు

❖ ఒక దత్త బహుభుజికి సమాన వైశాల్యం కలిగిన మరొక దత్త బహుభుజితో సరూపంగా ఉండే బహుభుజని నిర్మించటం పైథాగరియన్లకు తెలుసు

❖ ఒక చతురస్ర కర్ణానికి సమానమైన భుజం కలిగిన మరొక చతురస్రం మొదటి దానికి రెట్టింపు వైశాల్యం కలిగి ఉంటుంది.

❖ సమతల పటాలలో వృత్తం, ఘనాలలో గోళం అందమైనవనే భావన ప్రవేశ పెట్టాడు.

❖ ఇతడి లంబకోణ త్రిభుజ సిద్ధాంతం బాగా ప్రసిద్ధి చెందింది

– ఒక లంబకోణ త్రిభుజం యొక్క కర్ణం మీది చతురస్రం మిగిలిన 2 భుజాల మీది చతురస్రాల మొత్తానికి సమానం

– ఈ సిద్ధాంతాన్ని కలిగి ఉన్న మొదటి గ్రంథం – ది ఎలిమెంట్స్

– పైథాగరస్ కంటే ముందే ఈ సిద్ధాంతాలు ప్రతిపాదించిన భారతీయుడు – భౌద్ధాయనుడు

❖ ఒకే చుట్టు కొలత కలిగిన సమతల పటాలలో ఎక్కువ వైశాల్యం కలిగి ఉండేది – వృత్తం

❖ ఒకే వైశాల్యం కల్గిన సమతల పటాలలో ఎక్కువ చుట్టు కొలత కలిగినది – సమబాహు త్రిభుజం

❖ పైథారగస్ శిష్యులలో ముఖ్యులు : 1. ఫిలోలస్, 2. ఆర్కిటిస్, 3. ఆర్కిమెడిస్

❖ ఫిలోలస్ పైథాగరస్ రచనలను గ్రంథస్తం చేశాడు

ఆర్కిమెడిస్ (గ్రీసు) 287-212

Archimeds

❖ గణిత శాస్త్ర పితామహుడు

❖ ప్రప్రథమంగా ఇతడు Π విలువను గణించాడు.

❖ వృత్తం చుట్టుకొలత, వైశాల్యాలకు గణిత సూత్రాలను కనుగొన్నాడు

❖ శుద్ధ జ్యామితిపై పరిశోధనలు చేసి 5 పుస్తకాలు రాశాడు

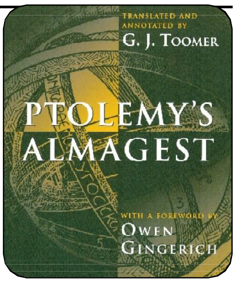
❖ అందుకే ఇతనిని "న్యూటన్ ఆఫ్ ఆంటిక్విటి " అని పిలుస్తారు.

ఇతని గ్రంథాలు

1. ది మెజర్‌మెంట్ ఆఫ్ ఎ సర్కిల్, మెన్సురేషన్ ఆఫ్ ది సర్కిల్
2. క్వాడ్రేచర్ ఆఫ్ పారబొలా
3. ది మెథడ్
4. సెంటర్ ఆఫ్ ప్లేన్ గ్రావిటీస్
5. ది శాండ్ కౌంటర్

❖ ఆర్కిమెడిస్ రచించిన పుస్తకం "మెన్సురేషన్ ఆఫ్ ది సర్కిల్" లో చాలా వర్గమూలాలు ఇచ్చారు

❖ **గణితసేవ :** ఒక వృత్తం వైశాల్యం దాని పరిధికి సమానమైన భూమి దాని వ్యాసార్ధానికి సమానమైన ఎత్తు కలిగిన త్రిభుజ వైశాల్యానికి సమాన వైశాల్యం కలిగి ఉంటుంది.



టాలమి

- ❖ గ్రీకు దేశంలో అలెగ్జాండ్రియా విశ్వవిద్యాలయాన్ని "అలెగ్జాండ్రియాలో" ఏర్పాటు చేశారు
- ❖ **ఇతని రచనలు :** 1. గణిత శాస్త్ర సమాహారం-(అరబ్బులు దీనినే "ఆలగెస్ట్" అని పిలిచారు.)
  2. జాగ్రఫికా - భూకేంద్రక సిద్ధాంతాన్ని కలిగి ఉన్న గ్రంథం

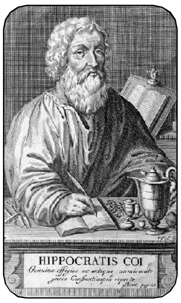
ఆ మధ్య కాలంలోనే గ్రీకు దేశంలో ప్రజాసామ్యం ఏర్పడి ఉపాధ్యాయుల కొరత ఏర్పడింది.

సోఫిస్ట్‌లు

- ❖ సిసిలీ ద్వీపం నుండి దిగుమతి చేసుకోబడిన ఉపాధ్యాయులు సోఫిస్ట్ పాఠశాలను ఏర్పాటు చేశారు.

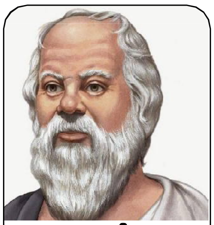
వీరి కృషి :

1. చాపరేఖను లేదా కోణాన్ని త్రిథాకరించడం
2. ఒక ఘనాన్ని రెట్టింపు చేయడం అంటే ఒక దత్త సమఘనానికి రెట్టింపు సమఘనాన్ని కనుక్కోవడం
3. ఒక వృత్తాన్ని వర్గీకరించడమంటే ఒక దత్తవృత్తంతో సమాన వైశాల్యమున్న ఒక చతురస్రాన్నిగాని, ఇతర సరళీయ పటాన్ని గాని కనుక్కోవడం.



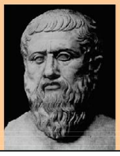
హిపాక్రటిస్

- ❖ వైద్యశాస్త్ర పితామహుడు, ఇతను సోఫిస్ట్ పాఠశాలకు చెందిన వాడు
- ❖ రెండు వృత్తాలు వాటి వ్యాసాల వర్గాల నిష్పత్తిలో ఉంటాయి
- ☞ ఒక వృత్తంలోని సరూప వృత్త ఖండాలు వాటి "జ్యాల" వర్గాల నిష్పత్తిలో ఉంటాయి, సమాన కోణాలు కలిగి ఉంటాయి అని తెలిపాడు


సోక్రటీస్

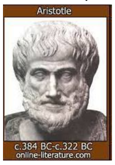
సోక్రటీస్

- ❖ ప్రశ్నా పద్ధతి కనిపెట్టాడు
- ❖ ఇతని ప్రకారం ఉత్తమ విద్యార్థి ప్రశ్నించే విద్యార్థి
- ❖ ఇతని శిష్యుడు - ప్లేటో

Plato (427-347 B.C.)


ప్లేటో

- ❖ ప్లేటో పాఠశాలను ప్రారంభించాడు. గణిత శాస్త్రజ్ఞులను తయారుచేస్తాడని ప్రసిద్ధి
- ❖ యుడోక్సస్ వాదాన్ని అభివృద్ధి పరిచాడు (శోషణ పద్ధతిని నేర్పుతో ఉపయోగించినవాడు-యుడోక్సస్)
- ❖ గ్రీకులు అశ్రద్ధ చేసిన స్టీరియోమెట్రి పై పరిశోధనచేశాడు
- ❖ ఇతను కనిపెట్టిన ముఖ్య విషయం - విశ్లేషణ ఉపపత్తికి ఒక పద్ధతిగా కనుగొనడం.



అరిస్టాటిల్ నిగమన తర్కాన్ని క్రమబద్ధం చేశాడు

హెరిడొటస్ చరిత్ర పితామహుడు

హిప్పార్కస్ త్రికోణమితి పితామహుడు

గమనిక : త్రికోణమితిని పటిష్ట పరిచినది - అరబ్బులు

Herodotus

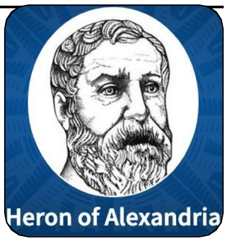
హిప్సిక్లీస్ "ది రైజింగ్ స్టార్" గ్రంథ కర్త

- ❖ ఇందులో హిప్సిక్లీస్ బహుభుజ సంఖ్యలు, అంకగణిత శ్రేణుల గురించి వివరించాడు.
- ❖ 2n పదాలున్న అంకశ్రేణిలో చివరి n పదాల మొత్తం మొదటి n పదాల మొత్తం కంటే ఎక్కువగా ఉంటుంది.
- ❖ 2n + 1 పదాలు గల అంకగణిత శ్రేణిలోని పదాల మొత్తం ఆ శ్రేణి మధ్య పదాన్ని శ్రేణిలోని పదాల సంఖ్యతో గుణిస్తే లభిస్తుంది.

ఉదా : **(1)** 2, 4, 6, 8 $2+4<6+8$

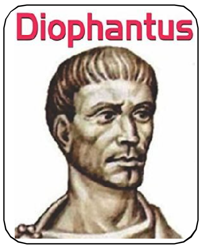
(2) 2, 4, 6, 8, 10

2+ 4 + 6 + 8 + 10 = 6 × 5 30 = 30



హెరాన్

- ❖ త్రిభుజ భుజాల మీద ఆధారపడే త్రిభుజ వైశాల్యానికి సూత్రాన్నిచ్చారు. $\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$
- ❖ ఈ సూత్రాన్ని ఇతనికంటే ముందే కనిపెట్టిన భారతీయుడు - **బ్రహ్మగుప్తుడు**



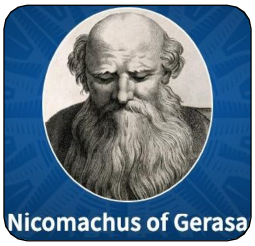
డయా పాంటస్

- ❖ బీజగణిత పితామహుడు
- ❖ ఇతని గ్రంథం - **అర్థమెటికా** (ఇది 13 భాగాలుగా ఉన్నది.)

నికోమాకస్

- ❖ వీరు నిగమన పద్ధతికి బదులు "**ఆగమన పద్ధతి**" ని ఉపయోగించేవారు.
- ❖ ఇతని గ్రంథం - **ఇంట్రడక్టియో అర్థమెటికా**
- ❖ ప్రతి ఘనసంఖ్యను వరుస బేసి సంఖ్యల మొత్తంగా రాయవచ్చు అని తెలిపాడు

  ఉదా : $3 + 5 = 2^3$, $7 + 9 + 11 = 3^3$



ఎరటోస్తనీస్

- ❖ సంఖ్యలను **ప్రధాన సంఖ్యలు, సంయుక్త సంఖ్యలుగా** వర్గీకరించే జల్లెడ పద్ధతిని కనుగొన్నాడు.
- ❖ గ్రీకులు అద్భుతమైన గణితాన్ని సృష్టించినప్పటికి
- ❖ "గ్రీకులమైన మేము గ్రహించిన దానిని వృద్ధి పరిచి పరిపూర్ణం చేసాం" అని ప్లేటో వినయంగా తెలిపారు.

Pierre de Fermat (1601-1665)

ఫెర్మా

- ❖ ఫెర్మా సుప్రసిద్ధ యూరోపియన్ గణిత శాస్త్రవేత్త.
- ❖ పైథాగరస్ సిద్ధాంతం నూతన ఘాతాలకు మార్చి నిరూపించడం సాధ్యమవుతుందా? అనే విషయంపై ఫెర్మా చేసిన పరిశోధనలు ప్రపంచ ప్రసిద్ధి పొందాయి
- ❖ $n > 2$ కైనా $x^n + y^2 = z^n$ కు సున్నాకాని, పూర్ణాంక సాధనలు x, y, z లు ఉండవు అనేది ఫెర్మా చివరి సిద్ధాంతంగా ప్రసిద్ధి పొందింది.
- ❖ ఫెర్మా తరువాత 300 సం॥లకు ఏండ్రూవెల్స్ అనే శాస్త్రవేత్త 1993 లో ఫెర్మా చివరి సిద్ధాంతానికి 130 పేజీల నిరూపణను ప్రకటించాడు.
- ❖ సాధారణ పరిశోధకులకు భిన్నంగా ఫెర్మాకు ఒక ప్రత్యేకమైన అలవాటు ఉండేది. తన పరిశోధనలను, వాటి ఫలితాలను ప్రత్యేక పుస్తకాలలో కాకుండా తాను సాధారణంగా చదివే పుస్తకాలలో ఉండే ఖాళీ ప్రదేశంలో రాసేవాడు.
- ❖ ఇదే తీరులో ఫెర్మా తన చివరి సిద్ధాంత నిరూపణ విషయాన్ని కూడా తాను చదివిన 'అర్థమెటికా' పుస్తకం మార్జిన్లో చూపిద్దామంటే, ఈ మార్జిన్లో ఉన్న ఖాళీ సరిపోదు' ఈ వాక్యాలే అతనికి, అతని చివరి సిద్ధాంతానికి ప్రపంచ స్థాయి గుర్తింపు తీసుకవచ్చాయి.

1. బీజీయ పద్ధతుల ద్వారా వక్రాల నిరూపణ, విశ్లేషణకు 'రెనెడెకార్టే' అనుసరించిన పద్ధతులనే తాను అనుసరించాడు.
2. సంభావ్యత శాస్త్రంలో అనేక అంశాలు కనుగొన్నాడు
3. వక్రరేఖలకు స్పర్శ రేఖలు గీయటం, ప్రమేయాల గరిష్ట, కనిష్ట విలువలు కనుగొనటం తదితర అంశాలలో కలన గణిత భావాలను న్యూటన్ కన్నా ముందే వ్యక్తపరిచాడు
4. సంఖ్యా సిద్ధాంతంలో అనేక సాధనలు చేశాడు
5. క్రీ.శ. 1729లో గోల్డ్‌బాక్ ఫెర్మా ప్రతిపాదించిన అంశాలు, సాధించిన ఫలితాలను మరొక ప్రసిద్ధ గణిత శాస్త్రవేత్త ఆయిలర్ ఉత్తరాలలో ప్రస్తావించాడు. ప్రతి $n \geq 1$ కి 2^{2n+1} ఒక ప్రధానాంకం అగును, అనునది తప్పు అని నిరూపించాడు.
6. వాలిస్ అనే గణిత శాస్త్రజ్ఞుడు తన Opera Mathamatica గ్రంథంలో ఫెర్మా ఉత్తరాలను ప్రచురించాడు.

గణిత సేవ

1. ఫెర్మా లాస్ట్ సిద్ధాంతం "a, b, cలు మూడు ధన పూర్ణ సంఖ్యలై, ఏదేని ఒక పూర్ణ సంఖ్య $n > 2$ అయితే $a^n + b^n + = c^n$ అనే సమీకరణానికి ఎలాంటి సాధనలుండవు" ను ప్రతిపాదించారు.

3. ఫెర్మా లిటిల్ సిద్ధాంతం "P" ఒక ప్రధాన సంఖ్య a ఏదేని ఒక పూర్ణసంఖ్య అయితే a అనే పూర్ణ సంఖ్య "P" కి గుణిజమవుతుంది" ను ప్రతిపాదించాడు.
4. దయాఫాంటస్ ప్రశ్నలకి Infinite desent పద్ధతి ద్వారా మొదటిసారిగా సాధారణ నిరూపణ చేశారు. సంఖ్యాధర్మాలపై పరిశోధించి, ఆ తరువాత సంభావ్యతను గణించే పద్ధతిని కనుగొన్నాడు.
5. అవకలనానికి సమానమైన, వివిధ మాక్సిమా, మినిమా, టాంజెంట్‌లను గుర్తించడానికి అసలు సిద్ధాంతాన్ని ప్రతి పాదించాడు.
6. తలాలు, ఘనాల గరిమనాభిని కనుగొనడానికి ఈయన కనుగొన్న సూత్రాలు, న్యూటన్, లైబ్నిజ్‌లు అభివృద్ధి పరిచిన కలన గణిత ప్రాథమిక సిద్ధాంతానికి దోహదపడ్డాయి.
7. వర్గ సిద్ధాంతం, బహుభుజి సంఖ్యల సిద్ధాంతాలను అభివృద్ధిపరిచాడు.

భారతీయులు

- సున్నాను కనుగొని గణితానికి చుక్కానిని బిగించారు – **హార్డీ**
- భారతీయులు కనుగొన్నది సున్న, మిగిలినదంతా సున్నాయే – **మెకాలె**
- ఒక పెద్ద బీరువాలో భారతీయులు కనిపెట్టిన గణితాన్ని ఉంచితే అందులో ఇంకా చాలా స్థలం మిగిలే ఉంటుంది – **మెకాలె**
- భారతీయులు సున్నా ద్వారా గణిత అభివృద్ధికి, సంస్కృతం ద్వారా యూరోపియన్ భాషల అభివృద్ధికి, బౌద్ధ మతం ద్వారా ప్రపంచ శాంతికి దోహదపడ్డారు – **విలియం డ్యూరాంట్**
- భారత గణితశాస్త్ర చరిత్రను రెండు భాగాలుగా విభజించవచ్చు.

1. క్రీ॥ శ॥ 200సం॥లకు పూర్వభాగమైన శూల్బసూత్రాల (Sulbasutra period) కాలం శూల్బ సూత్రాలు (దారపు నియమాలు) చతురస్ర, దీర్ఘచతురస్ర నిర్మాణాలకు సంబంధించినవి.
2. క్రీ॥ శ॥ 400 నుంచి క్రీ॥శ॥ 1200 వరకు గల ఖగోళ గణితశాస్త్ర కాలం.

భారతీయులు కనుగొన్నవి

- "0" (సున్నా)
- ఋణరాసుల ఉనికి (–)
- అప్పుతీసివేతలు కనిపెట్టారు
- వర్గసమీకరణాల సాధనలో **దయాఫాంటస్**ను పురోగమించారు.
- భారతీయులు అంకెలకు బదులు వస్తువుల పేర్లను ఉపయోగించారు.

  ఉదా : చంద్రుడు, బ్రహ్మ, సృష్టి కర్త, మొదలైన వాటిని 1 కి బదులుగా
  సముద్రం, వేదం, అనేవి 4 కు బదులుగా వాడే వారు.
- సున్నాను మొదటగా క్రీ.శ. 876లో ఉపయోగించారు.
- భారతీయులు జ్యామితి కంటే త్రికోణమితి పట్ల ఎక్కువ అభిరుచిని చూపారు. బీజగణితాన్ని అవ్యక్త గణితం అని పిలిచేవారు.
- వేదాలలో కాలగణన, 10^{12} వరకు సంఖ్యలు, దీర్ఘవృత్తం, వేదాంగ జ్యోతిష గ్రంథాలలో కాలగణన, శూల్బ సూత్రాల్లో రేఖాగణితం, జ్యామితీయ నిర్మాణాలకు సంబంధించిన వివరాలు విస్తారంగా ఉన్నాయి.

  ఇండియన్ మ్యాథ్‌మెటికల్ సొసైటి స్థాపన – **1907**
- దీనికి మొదటి అధ్యక్షుడు – **రామస్వామి అయ్యర్**

భారతీయులలో గొప్పవారు

పృదూదక స్వామి – బీజగణితం అనే పేరును సూచించిన వ్యక్తి

పింగలికుడు

PINGALA

- ద్విపద విస్తరణకు సంబంధించి 7 అంకెల దాకా మేరు ప్రస్తారాలు అనే పేరుతో పేర్కొన్నాడు
- చంధస్సు – పద్యరీతులు అనే అంశాల్లో ద్విసంఖ్యామానాన్ని 2 నుండి 2^{26} వరకు ఉపయోగించాడు.
- అక్షరాలను లఘువు (1), గురువు (U) అను రెండు 'మాత్రలుగా వర్గీకరించి చంధోనియమాలు రూపొందించాడు. (మాత్ర అనగా పలికేందుకు పట్టే కాలవ్యవధి)

Boudhayana

భౌద్ధాయనుడు

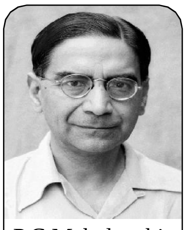
❖ పైథాగరస్ సిద్ధాంతాన్ని అతని కంటే ముందే కనిపెట్టాడు.

డా. సి.ఆర్. రావు (భారతదేశం) 1920

❖ ప్రముఖ సాంఖ్యాక శాస్త్రజ్ఞుడు.

❖ ఈయన రచించిన "థియరీ ఆఫ్ ఎస్టిమేషన్" అనే గ్రంథము (1945) ప్రాముఖ్యత పొందింది.
ఈయన క్రామర్ రావ్ ఇనిక్వాలిటీ మరియు ఫిషర్ – రావు సిద్ధాంతాలను రూపొందించారు.

P.C. మహలనోబిస్



P.C.Mahalanobis

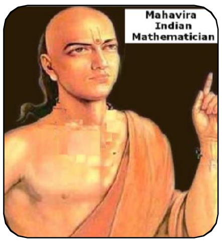
❖ భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పితామహుడు

❖ కలకత్తాలో భారత సాంఖ్యక శాస్త్ర పరిశోధన సంస్థను స్థాపించారు.

❖ ఈయన రూపొందించిన 'జాతీయ శాంపిల్ సర్వేలు' ప్రపంచ ప్రఖ్యాతి పొందాయి.

❖ ఇతని జయంతిని జూన్ 29 జాతీయ గణాంక దినోత్సవముగా జరుపుకుంటాం.

మహావీరుడు



❖ "0" నియమాలు కనిపెట్టాడు

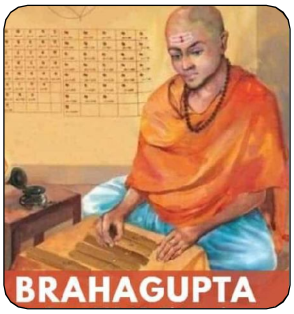
❖ ఇతని గ్రంథం – గణితసార సంగ్రహం (ఇది సంస్కృతంలో ఉన్నది)

❖ దీనిని సారసంగ్రహ గణిత అనే పేరుతో తెలుగులోనికి అనువదించినది – పావులూరి మల్లన

❖ మహావీరాచార్యులు 'గణితసారసంగ్రహం'లో 'గణిత శాస్త్ర ప్రశంస' అని ప్రారంభంలోనే ఇచ్చిన శ్లోకాలు గణితం ఏఏ శాస్త్రాల్లో ఉపయోగపడుతున్నదో పేర్కొన్నారు.

❖ "లౌకికే వైవికే వాపి తత్సర్వం గణితేన వినానసి" అని పేర్కొన్న 8 శ్లోకాల్లో లౌకికం, గణితం ఏ రకంగా ఉపయోగపడుతున్నదీ ప్రస్తావిస్తూ ఇన్నిమాటలెందుకు?
త్రిలోకాల్లో సకల చరాచరాల్లో ఏ వస్తువునూ గణిత ప్రమేయం లేకుండా అస్తిత్వమే లేదు' అని నొక్కి వక్కాణించారు. – "సారమతి" తెలుగు వ్యాఖ్యాన సహిత అనువాదం – విద్వాన్ తిన్నేటి

బ్రహ్మగుప్తుడు



❖ ప్రస్తుత రాజస్థాన్ రాష్ట్రంలోని భిల్లమం అనే ప్రాంతంలో క్రీ.శ. 598లో జన్మించాడు.

❖ ఇతని తండ్రి జిష్ణువు ఉజ్జయిని గణిత పరిషత్తులో గొప్పమేధావిగా అందరి ప్రశంసలు అందుకున్నాడు. బ్రహ్మగుప్తుని గ్రంథం బ్రహ్మస్పుట సిద్ధాంతము.
– దీనిని ఆంగ్లములోనికి అనువదించినది – కోల్ బ్రూక్
– బ్రహ్మస్పుట సిద్ధాంతం అరబ్బీ భాషలోకి 'సింద్-హింద్' పేరుతో అనువాదం అయ్యింది.
– బ్రహ్మస్పుట సిద్ధాంతానికి ఖగోళశాస్త్రం ప్రధాన భూమిక,
– గ్రంథంలోని 12వ అధ్యాయాన్ని 'గణిత' అని
18వ అధ్యాయాన్ని 'కుట్టక' పేరుతో బ్రహ్మగుప్తుడు వ్యవహరించాడు.
'గణిత' అధ్యాయంలో అంకగణితం, శ్రేఢులతో పాటు కొన్ని జ్యామితీయ అంశాల వివరణ ఉంది.
'కుట్టక' (బీజగణితం) ఆధ్యాయం 'విశ్లేషణ' తో సాగుతుంది.

❖ బ్రహ్మగుప్తుడు రచించిన మరొక గ్రంథం 'కరణఖండ – ఖాద్యక' ఇది ఆర్యభట్ట రాసిన 'ఆర్యభట్ట సిద్ధాంతం' (ఈ గ్రంథం ఇపుడు లభించటం లేదు) అనే గ్రంథానికి వ్యాఖ్యానంగా రాయబడింది.

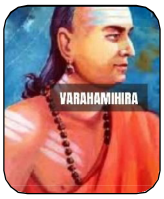
❖ అయినప్పటికీ కొన్ని చోట్ల బ్రహ్మగుప్తుడు ఆర్యభట్ట సిద్ధాంతాలతో విభేధించి, వరాహమిహురుని విధానంలో విశ్లేషణలు చేశాడు.

❖ భూమి గుండ్రంగా ఉంది. నీటికి ప్రవహించటం ఎలా సహజగుణమో అదేవిధంగా వస్తువులను, జీవజలాలను ఆకర్షించటం భూమికి సహజగుణం అని బ్రహ్మగుప్తుడు ఈ గ్రంథంలో వివరణాత్మకంగా చెప్పాడు.

బ్రహ్మగుప్తుని గణిత సేవ

- హెరాన్ సూత్రాన్ని అతనికంటే ముందే కనిపెట్టాడు., టాల్మీ సిద్ధాంతానికి ఉపపత్తిని ఇచ్చాడు.
- 'a' అనేది ఒక ధన లేక ఋణరాశి అయితే a + 0 = a, a – 0 = a, a x 0 = 0, a ÷ 0 = అనంతం అని 'సున్న' గురించి స్పష్టమైన వివరణలను గ్రంథస్థం చేశాడు.
- అజ్ఞాత / అవ్యక్త రాసులను 'యావత్ – తావత్' వంటి పదాలతో పేర్కొన్నాడు
- "Numerical Analysis" వంటి అధునాతన గణిత భావనలకు సంబంధించి ప్రతిపాదనలు బ్రహ్మగుప్తుని గ్రంథంలో ఉన్నాయని విశ్లేషకులు అంచనా వేశారు.
- ax + d = 0 అనే సామాన్య సమీకరణం $ax^2 + bx + c = 0$ వర్గసమీకరణాలను సాధించాడు
- $nx^2 + 1 = y^2$ రూపంలోని అనిశ్చిత సమీకరణాలకు చక్రవాళ పద్ధతిలో సాధనలు ఇచ్చాడు.
- అంకగణితం, భిన్నాలు, సామన్యవడ్డీ మొదలైన అంశాలు ఇతడి గ్రంథంలో ప్రస్తావించబడ్డాయి
- సెకండ్ ఆర్డర్ డిఫరెన్స్‌లు ప్రయోగించిన మొదటి గణితశాస్త్రవేత్త కూడా బ్రహ్మగుప్తుడే
- బ్రహ్మగుప్తుడు గణిత శాస్త్రాన్ని అంకగణితం, బీజగణితం అని రెండు ప్రత్యేక శాస్త్ర విభాగాలుగా గుర్తించాడు
- భాస్కరాచార్యుడు బ్రహ్మగుప్తున్ని 'గణక చక్ర చూడామణి' అని పేర్కొన్నాడు.
- బ్రహ్మగుప్తుడు, భాస్కరాచార్యుడు భిన్నాలలో ప్రస్తుతం వాడే $\frac{2}{3}$ ని $\frac{2}{3}$ గా రాశారు. అరబ్బులు భిన్నాలలో వాడే – (బై) నిపరిచయం చేశారు
- సమకాలీన గణిత విజ్ఞాన వేత్తలందరికన్నా అత్యంత ప్రతిభావంతుడిగా బ్రహ్మగుప్తుడు ఖండాంతరాలు దాటి ఖ్యాతిని పొందాడు.

వరాహ మిహిరుడు

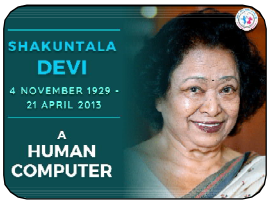


- **ఇతని గ్రంథాలు :** 1. పంచసిద్ధాంతిక_(త్రికోణమితిపై చర్చకలిగిన గ్రంథం)
  2. బృహత్ సంహిత

రామచంద్ర కాప్రేకర్

- సెల్ఫ్ నెంబర్లు, డెమ్లా నెంబర్స్, డిజనరేటడ్ నెంబర్లపై పరిశోధన చేసాడు.
  కాప్రేకర్ సంఖ్య – 6174

శకుంతల దేవి

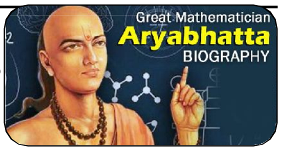


- భారత దేశ మానవ కంప్యూటర్‌గా కీర్తింపబడింది.
- ఈమె జీవిత కథ ఆధారంగా 2020లో వచ్చిన సినిమాలో ఆమె పాత్రలో నటించినది **– విద్యా బాలన్**

ఆర్యభట్ట

- **జననం :** క్రీ.శ. 476లో మార్చి 21న బీహర్‌లోని పాట్నాకు సమీపంలోని కుసుమపురం అనే గ్రామంలో జన్మించాడు.
- ఆర్యభట్ట జ్ఞాపకార్థం ఇండియన్ నేషనల్ సైన్స్ అకాడమీ వారు నవంబర్ 2, 3, 4 తేదీలలో, 1976 సం॥లో ఆర్యభట్ట 1500 జయంతి ఉత్సవాలను ఘనంగా నిర్వహించినారు.
- 23 ఏళ్ళకే బుద్ధగుప్తుడు అనే రాజుచేత నలందా విశ్వవిద్యాలయానికి కులపతిగా నియమింపబడ్డాడు.
- ఇతని ఖచ్చితమైన గణనల కారణంగా నడిచి వస్తున్న సూర్యుడిగా కీర్తింపబడ్డాడు. ఇతని గణిత సేవకు గుర్తుగా 1975 ఏప్రిల్ 19న భారతదేశం ప్రయోగించిన మొట్టమొదటి రాకెట్‌కు ఆర్యభట్ట–1 అని నామకరణం చేసారు.
- రెండు రూపాయల నోటు మీద ఈ ఉపగ్రహ ఛాయచిత్రం ముద్రితమై ఉంటుంది.
- ఆర్యభట్ట శిష్యులలో ముఖ్యుడు **– లాటదేవ**
- ఇతను ఉపయోగించిన సంజ్ఞావిధానానికి , సింహళంలో ఉపయోగించిన సంజ్ఞా విధానానికి పోలిక ఉంది.
- **ఇతని గ్రంథాలు :** 1. ఆర్య భట్టీయం, 2. సూర్య సిద్ధాంతిక

ఆర్యభట్టీయం



- ❖ అరబ్బీ భాషలోకి (అజ్‌బా బహరీ పేరుతో) అనువాదం అయిన తొలి భారతీయ గణిత గ్రంథం
- ❖ ఆర్యభట్టీయ భాష్యము గ్రంథ రచయిత - భాస్కరాచార్య-1
- ❖ ఆర్యభట్టీయం 4 భాగాలుగా ఉంది. 121 శ్లోకాలు కలిగి ఉంది.
  1) దశగీతికా పాదం, 2) గణిత పాదం, 3) కాలక్రియా పాదం, 4) గోళ పాదం

గీతికాపాదము

- ❖ **10 శ్లోకాలు**
- ❖ అంకెలకు సంకేతంగా అక్షరాలనుపయోగించి అతి సంక్షిప్త రూపంలో రాసే విధానం,
- ❖ భూమి పరిభ్రమణం, దానివల్ల పగలు, రాత్రి ఏర్పడటం, యుగాల ప్రమాణం, భూమి, సూర్యుడు చంద్రుల గతి, అంగుళం
- ❖ యోజనా వంటి ప్రమాణాలు, భూమి, సూర్యుడు, చంద్రుల వ్యాసం, గ్రహాల కాంతి నిక్షేపాలు మొదలయిన అంశాలున్నాయి.

గణిత పాదం

- ❖ **33 శ్లోకాలు**
- ❖ దశగుణిజాలైన సంఖ్యలు, వర్గం, వర్గమూలం,
- ❖ క్షేత్ర గణితం, ఘనం, ఘనమూలం, వృత్తం శంఖువు, త్రిభుజం, త్రికోణమితి అంశాలు,
- ❖ "సైన్" పట్టికలు, బీజగణిత భావనలు , శ్రేఢి మొదలయిన అంశాల వివరణ ఉంది.

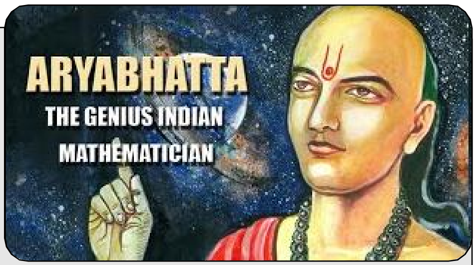
కాలక్రియా పాదం

- ❖ **25 శ్లోకాలు**
- ❖ ఇందులో కాలమానం, గ్రహగతుల గురించి వివరించారు.

గోళ పాదం

- ❖ **50 శ్లోకాలు**
- ❖ అనిశ్చిత సమీకరణాల సాధన ఉత్తరాయన, దక్షిణాయనాలు, సూర్య పరిభ్రమణ మార్గం, సాపేక్ష సిద్ధాంత భావాలు, గ్రహాల గతి లెక్క గట్టే పద్దతి ప్రతిపాదించాడు.

ఆర్యభట్ట-గణిత సేవ



- ❖ కుట్టకం/పల్వరైజర్ పద్ధతి కనిపెట్టాడు.
- ❖ విలోమ పద్ధతిని ఉపయోగించాడు.
- ❖ సైన్ పట్టికలు రూపొందించాడు
- ❖ Πకి తొలిసారిగా ఉజ్జాయింపు విలువ (3.1416) తెలిపాడు
- ❖ త్రిభుజ, వృత్తవైశాల్యాలను కనుక్కునే సూత్రాలను తెలియజేశాడు.
- ❖ అంకశ్రేఢిలో 'n' పదాల మొత్తానికి సూత్రాన్ని తెలియజేశాడు.
- ❖ దీపం ఎత్తు మరియు దూరాలను నీడలను బట్టి లెక్కించే పద్ధతులు చెప్పాడు.
- ❖ త్రిభుజవైశాల్య సూత్రాన్ని ఇచ్చాడు గాని అది సమద్విబాహు త్రిభుజానికి మాత్రమే సరిపోయింది.
- ❖ వర్గమూలాలు, ఘనమూలాలపై పరిశోధన చేసాడు.
- ❖ 10^8 వరకు గల పది గుణిజాల ఆధారంగా ఆర్యభట్టకు "దశాంశ పద్ధతి" గురించి తెలుసని అర్థమవుతుంది.
- ❖ భూమి గోళాకారంగ ఉందని, దానికి ఆకర్షణ శక్తి ఉందని, అది సూర్యుని చుట్టు పరిభ్రమిస్తుందని తెలిపాడు.
- ❖ ఈ రోజుల్లో మనం ఉపయోగించే 'sine' అనే భావన యొక్క ఉపయోగం మొట్ట మొదటగా **500** లో ఆర్యభట్ట ద్వారా రాయబడిన "**ఆర్య భట్టీయం**"లో కనిపిస్తుంది.
- ❖ అందులో దీనిని "**అర్థ-జ్యా**" గా వాడబడింది. తర్వాత అది "**జ్యా**" గా లేదా "**జివా**" గా కాలక్రమేణా మారింది. **అరబిక్** భాషలో అనువదింపబడిన ఆర్యభట్టీయంలో "**జివా**" యొక్క ప్రయోగం కనిపిస్తుంది. తర్వాత లాటిన్ భాషలో అనువదింప బడిన "ఆర్యభట్టీయం" లో "**శివా**" ను "sinus%(సైన్)" గా మారింది. ఆంగ్ల ఖగోళ శాస్త్ర ఆచార్యుడు ఎడ్మండ్ గుంటర్ (1581-1626) మొట్టమొదటగా 'sine'ను సూక్ష్మంగా 'sin'గా ఉపయోగించాడు
- ❖ ఆర్యభట్ట గణిత విధానాలన్ని శాస్త్రీయమైనవి.

భాస్కరాచార్య-1

- ❖ కేరళ నివాసి
- ❖ గ్రంథాలు : - లఘు భాస్కరీయం - మహాభాస్కరీయం - ఆర్యభట్టీయ భాష్యం

భాస్కరాచార్య-2

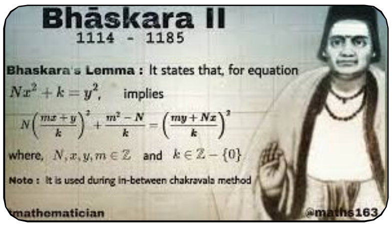
- ❖ మహారాష్ట్రలోని విజ్జలవిడి అనే గ్రామంలో జన్మించాడు.
- ❖ క్రీ. శ. 876 లో తొలిసారిగా సున్నాను ఉపయోగించాడు

ఇతని గురువు : మహేశ్వరుడు,

ఆదర్శ గురువు : బ్రహ్మగుప్తుడు

ఈయన గ్రంథాలు : 1. కరణకుతూహలం - ఇందులో గ్రహాలు, వాటి గమనాలకు సంబంధించి గణనలు ఉన్నాయి.

2. సిద్ధాంత శిరోమణి

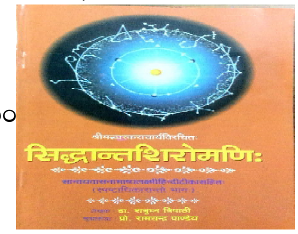


సిద్ధాంత శిరోమణి

- ❖ సున్నాను, దశాంశమానాన్ని కలిగి వున్న మొట్టమొదటి గ్రంథం
- ❖ దీనిని ఇంగ్లీషు లోనికి అనువదించింది - **కోల్‌బ్రూక్**
- ❖ దీనిని **పర్షియన్** లోనికి అనువదించింది - **ఫైజి**
- ❖ సిద్ధాంత శిరోమణి రచన సులభ గ్రాహ్యంగా మనోజ్ఞమైన ఒక కావ్యంలా ఉంటుంది.
- ❖ మొదటి భాగమైన పాటీ గణితానికి 'లీలావతి'అనే పేరుపెట్టి, (కుమార్తె పేరు) ఆమె పేరును చరిత్రలో శాశ్వతం చేసాడు. లీలావతి గణితం వెనుక ఉన్న చరిత్ర ఇది అని ప్రముఖ పర్షియన్ చరిత్రకారుడు ఫైజి తెలియజేసాడు.
- ❖ సిద్ధాంత శిరోమణిలో నాలుగు భాగాలు కలవు.

1. లీలావతి గణితం 2. బీజగణితం

3. గోళాధ్యాయం 4, గణితాధ్యాయం



(1) లీలావతి / పాటీ / అంకగణితం

- ❖ అజ్ఞాత రాశి వున్న సమస్యలకు ప్రసిద్ధి ఇదే గ్రంథంలో సున్నా, దశాంశ పద్ధతి గురించి వివరించారు
- ❖ "లీలావతి" లో పూర్ణ సంఖ్యలు, భిన్నాలు, వడ్డీ, శ్రేణులకు చెందిన అంకగణిత క్షేత్రగణితం, నిష్పత్తి, బీజగణితంలో రుణ సంఖ్యల గురించి చర్చ జరిగింది.
- ❖ లీలావతి గణితంలో ద్రవ్యమార్పిడి, వివిధ ప్రమాణాలు, కొన్ని విదేశీ కొలతలు, 'ఏక' నుంచి పర్యార్థ (10^{17}) వరకు సంఖ్యలు, చతుర్విధ, ప్రక్రియలు, వర్గం, వర్గమూలాలు, ఘనం ఘనమూల పరిక్రియలు, ఋణ సంఖ్యలకు వర్గమూలాన్ని నిషేధించటం, 'సున్న'తో భాగహారాన్ని అంకగణితంలో నిషేధించటం, విలోమపద్ధతి, త్రైరాశికం, వడ్డీ, లాభనష్టాలు, ప్రస్తారాలు - సంయోగాలు, అంక, గుణ శ్రేఢులు, దశాంశ పద్ధతి, అనుబంధ వివరాలు మొదలైన అంశాలు వున్నాయి.

(2) బీజగణితం

- ❖ బీజగణిత విభాగంలో 213 శ్లోకాల్లో ధన, ఋణ రాశులతో వ్యవహారాలు 'సున్న' తో పరిక్రియలు, సంకేత వ్యవహారాలు, కరణీయ సంఖ్యలు, కుట్టకం, రెండవ తరగతి అనిశ్చిత సమీకరణాలు, వర్గసమీకరణాలు, భావిత వర్గసమీకరణాలు మొదలైన అంశాలు ఉన్నాయి.
- ❖ (భావిత వర్గ సమీకరణాలు అనగా ఇచ్చిన సమీకరణం ఒక వర్గం అయ్యేటట్లు తగిన పదాలను కలపటం / తీసివేయడు ద్వారా ఏర్పడు సమీకరణాలు)

(3) గణితాధ్యాయం

- ❖ గణితాధ్యాయంలో గ్రహాలకు సంబంధించిన గణితాన్ని విస్తృతంగా వివరించాడు భాస్కరాచార్యుడు.

(4) గోళాధ్యాయం

- ❖ గోళాధ్యాయం మొత్తం 15 భాగాలుగా ఉంటుంది

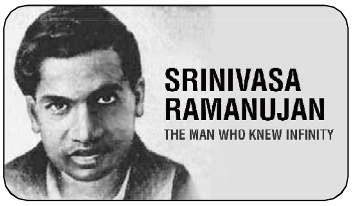
భాస్కరాచార్య-గణితసేవ

- చక్రవాల పద్ధతిని కనుగొన్నాడు
- ప్రపంచంలోనే తొలిసారిగా గోళ ఉపరితల వైశాల్యానికి సూత్రం ఇచ్చాడు.
- పాస్కల్ త్రిభుజంగా పిలవబడే ద్విపద విస్తరణ (Binomial Expression) గుణకాల విస్తరణ గురించి వివరించాడు.
- ఋణరాశుల ఉనికిని గుర్తించాడు
- "సున్న" కు చెందిన నియమాలు ఇచ్చాడు. అంటే $a + 0 = a$, $a.0 = 0$, a ను '0' తో భాగిస్తే భాగఫలం అనంతం అని ఇవ్వడం జరిగింది.
- ప్రస్తారాలు సంయోగాలు భావనను వ్యాప్తిలోకి తీసుకువచ్చాడు
- ఒక ధనరాశి వర్గమూలం ధన,ఋణ రాశుల్లో ఏదైనా కావచ్చు, కానీ ఒక ఋణరాశికి వర్గమూలం లేదని చెప్పాడు
- బీజగణితంలో ధన, ఋణ సంఖ్యల గురించి చర్చించాడు.
- బీజగణితంలో సంజ్ఞసంఖ్యలు, సామాన్య సమీకరణాలు, వర్గ సమీకరణాలను సాధించే పద్ధతిని వివరించాడు
- చలనరాశులకు కీలక, నీలక వంటి పదాలు ఉపయోగించాడు
- π = 3.1255 గాచెప్పాడు. సామాన్య గణనలకు $\pi = \sqrt{10}$ గా తీసుకోవచ్చని ప్రతిపాదించాడు.
- సిద్ధాంత శిరోమణిలో ఖగోళ శాస్త్రం భూమి వక్రాన్ని గురించి చర్చించారు.
- బ్రహ్మగుప్తుని కంటే మరింత పరిణితిని ప్రదర్శించి $Nx^2 + 1 = y^2$ సమీకరణాన్ని చక్రవాల పద్ధతిలో సాధించాడు.
- భూమి నీడ వల్ల చంద్రగ్రహణం, చంద్రకళలు ఏర్పడతాయని చెప్పాడు
- ప్రతి డిగ్రీ యొక్క 'సైన్' కోణ విలువ కనుక్కొనే పద్ధతిని వివరించాడు
- పైథాగరియన్ సిద్ధాంతానికి భాస్కరాచార్య అనుభావిక స్వభావం ఉన్న ఉపపత్తి నిచ్చాడు.
- ఇతడు అంకగణిత సమస్యలను సాధించేటప్పుడు మెథడ్ ఆఫ్ ఫాల్స్ పొజిషన్ (Method of false position) ను అనుసరించేవాడు.
- రకరకాల యంత్రాల తయారీ, పని తీరు వర్ణించి అన్నింటి కంటే 'ధీ' (బుద్ధి) యంత్రం ఉంటే చాలు అనడంలో క్రియా రూపం (Practical form) కంటే గణిత భాగానికి ప్రాముఖ్యత ఇచ్చాడు.
- ఇతను వరాహమిహిరునితో కలిసి హెరాన్ త్రిభుజ వైశాల్య సూత్రం ఆధారంగా చతుర్భుజాలకు వర్తించే సూత్రాన్ని రూపొందించాడు. కాని ఇది చక్రీయ చతుర్భుజానికి మాత్రమే వర్తిస్తుందని బ్రహ్మగుప్తుడు గుర్తించాడు.
- ఇతని బీజగణితం ముఖ్యంగా ఖగోళ శాస్త్రానికి వర్తిస్తుంది. సాధారణ సమీకరణాల గురించి రాశాడు.
- రోత్సఫీరం, డిఫరెన్షియల్ ఆఫ్ ఎ ఫంక్షన్ భావనలు మొదలైన కలనగణిత అంశాలు ప్రస్తావించారు.
- భూమికి ఆకర్షణ శక్తి ఉందని వివరణ ఇచ్చాడు.
- స్వయంచాలిత (Automatic) మంత్రాలను పేర్కొన్నాడు
- అవకలన, సమకలన గణిత శాస్త్ర భావనలతో సరిపోయే భావనలను సూచించాడు.

శ్రీనివాస రామానుజన్

- 1887 డిసెంబర్ 22 తమిళనాడులోని ఈరోడ్ అనే గ్రామంలో జన్మించాడు
- 'శుద్ధ గణిత శాస్త్రజ్ఞుల్లో రామానుజన్ ప్రపంచ ప్రసిద్ధి చెందాడు.
- ఇతడి గణిత పరిశోధనా విషయాలన్ని ముఖ్యంగా సంఖ్యావాదానికి చెందినవి.
- ఒకటో తరగతిలో ఉపాధ్యాయుడు అంకగణితంలో "మూడు అరటి పండ్లను ముగ్గురికి పంచితే ఒక్కొరికి ఒక్కొక్క అరటి పండు వస్తుందని" చెప్పి తద్వారా భాగహారం నియమాలు చెప్పాడు.
- రామానుజన్ వెంటనే "సర్ , ఏ ఒక్క అరటిపండునూ, ఏ ఒక్కరికీ పంచకపోతే ఏమౌతుంది ? అని ప్రశ్నించాడు.
- అంటే **సున్నను సున్నచే భాగిస్తే** ఏమౌతుందనే భాగహార లోపాన్ని ఎత్తిచూపాడు
- బాల మేధావి అయిన రామానుజన్ తన 13 వ ఏటనే" లోని త్రికోణమితిని పోసన పట్టాడు.

- తన 15వ ఏట తన సహచర స్నేహితులు **జార్జి కార్** రాసిన **"శుద్ధ, అనువర్తన గణితశాస్త్ర గ్రంథం"** ఇస్తే, దానిలో అనేక సిద్ధాంతాలకు విశ్లేషణాత్మకంగా, సూక్ష్మంగా వివరణలు రాసాడు.
- తన ఆలోచనలను , ఫలితాలను చిత్తు ప్రతులపైన రాసేవాడు.
  ఇటువంటి చిత్తుప్రతులే తర్వాత కాలంలో రామానుజన్ ప్రతిభను గుర్తించే **"బ్రెయిడ్ నోట్ బుక్"** గా ప్రాముఖ్యత చెందాయి.
- తన తరగతిలో నల్లబల్లపై వున్న $\sqrt{x+y} = 11, \sqrt{y+x} = 7$ అనుసమీకరణంలను చూసిన వెంటనే $x = 4, y = 9$ అని వెంటనే సమాధానం చెప్పాడు.



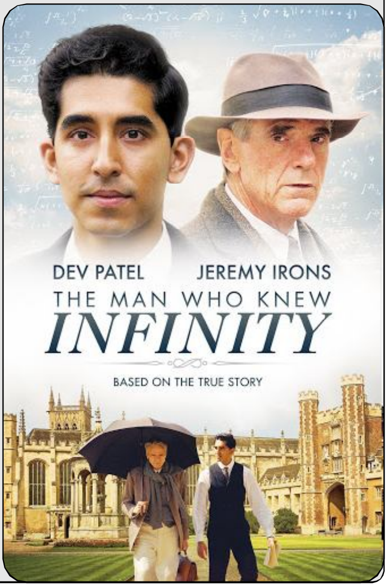
- 'కార్" అనే శాస్త్రవేత్త రాసిన పుస్తకానికి సినాప్సిస్ సొంతంగా రాసుకున్నాడు
- ఈయనకు బాగా పేరు తెచ్చిన వ్యాసం **"బెర్నౌలీ సంఖ్యలు"**
- ఈయన ప్రతిభను గుర్తించిన మొదటి వ్యక్తి **"రామస్వామి అయ్యర్"**
- లండన్‌లో గణితధ్యాయానికి సహాయపడింది **"జి.హెచ్. హార్డి"**
- రామానుజన్ సామాన్య వ్యక్తి కాదు, అతడు గణిత ప్రపంచానికి దైవమిచ్చిన వరం **– జి.హెచ్. హార్డి**
- 1914–17 మధ్య కేమ్‌బ్రిడ్జ్ విశ్వవిద్యాలయంలో "న్యూమన్" తో కలిసి గణిత అధ్యయనం చేశాడు
- ఇతనిని 1918 సం.లో **"ఫెలో ఆఫ్ రాయల్ సొసైటీ"** గా బ్రిటిష్ ప్రభుత్వం గుర్తించింది .
- రాయల్ సొసైటి ఆఫ్ కాలేజ్‌లోనూ, ట్రినిటి కాలేజ్‌లోను సభ్యత్వం పొందిన మొట్టమొదటి భారతీయుడురామానుజనే
- [illegible] "1729"
  ([illegible] సంఖ్యల ఘనాల మొత్తంగా, రెండు విధాలుగా రాయగల కనిష్ట సంఖ్య)
  $1729 = 10^3 + 9^3 = 12^3 + 1^3$
- 2016లో రామానుజన్ జీవిత కథ ఆధారంగా తీసిన సినిమా - **The man who knew Infinity**
- ఇతని జయంతి డిసెంబర్ 22 ను జాతీయ గణిత దినోత్సవంగా జరుపుకుంటాం
- ఇతని 125వ జయంతి సందర్భంగా 2012 ను జాతీయ గణిత సంవత్సరంగా ప్రకటించారు.
- భారత ప్రభుత్వం రామానుజన్ జ్ఞాపకార్థం 2011 లో పోస్టల్ స్టాంప్ విడుదల చేసింది .

గణిత సేవ

- మాక్ తీటా ఫంక్షన్స్ (రామానుజన్ తన చివరి దశలో పరిశోధన చేసిన అంశం)
- మాంత్రిక చతురస్రాలు / మ్యాజిక్ స్క్వేర్స్
- నెస్టెడ్ స్క్వేర్ రూట్స్ / వర్గమూలాల గూడు
- సమున్నత సంయుక్త సంఖ్య అనే భావన (ఏ సంఖ్యలకు అంతకు ముందున్న సంఖ్యలకున్న కారణాంకాల కంటే ఎక్కువ కారణాంకాలు ఉంటాయో వాటిని సమున్నత సంయుక్త సంఖ్యలు అంటారు.)
- స్ట్రింగ్ థియరీ (ప్రస్తుతం ఇది క్యాన్సర్ పరిశోధనలో ఉపయోగపడుతుంది)
- ఎలిప్టికల్ ఇంటిగ్రల్స్
- గోల్డ్ బాక్ కంజక్షర్స్ (రెండు కంటే పెద్దదైన ప్రతి సరి సంఖ్యను రెండు ప్రధాన సంఖ్యల మొత్తంగా రాయవచ్చు.
  ఉదా : $8 = 3 + 5, 24 = 17 + 7$
- 2తో ప్రారంభించి వరుస ప్రధాన సంఖ్యల లబ్ధాలు రామానుజన్ వ్రాసాడు.
- సంఖ్యల సర్వ సమానత్వాలు, సౌష్ఠవాలు, వాటి మధ్య సంబంధాలు అనే వాటిపై ఆయనకు గల గౌరవం కొనియాడదగినది.
- మిశ్రమ భిన్నాలను ఇంపైన కూర్పుగా అమర్చడం

$$2 + \frac{1}{4} = (1\frac{1}{2})^2 \qquad 2 \times 3 + \frac{1}{4} = (2\frac{1}{2})^2$$

$$2 \times 3 \times 5 + \frac{1}{4} = (5\frac{1}{2})^2$$



ఇతర గణిత విషయాలు

జ్యామితి

- జ్యామితి లేదా రేఖాగణితంను ఇంగ్లీషులో Geometry (Geometry) అంటారు.
- Geo = భూమి
- Metron = కొలవడం అర్థాన్నిచ్చే గ్రీకు పదాల నుంచి Geometry అనే పదం ఉద్భవించింది

సంభావ్యత / Probability

- "సాధారణ విచక్షణను గణనంలోకి మార్చడమే సంభావ్యత" **- పియరి సైమన్ లాప్లాస్ (1749-1827)**
- $P(A) = \dfrac{\text{A యొక్క అనుకూల పర్యవసానాల సంఖ్య}}{\text{మొత్తం సాధ్యమయ్యే పర్యావసానాల సంఖ్య}}$
- ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత ఎల్లప్పుడూ "0" నుండి "1" మధ్యలో ఉంటుంది
- ఒక ఘటన యొక్క సంభావ్యత 1
- నిశ్చితమైన ఘటన యొక్క సంభావ్యత = 1
- అసంభవం అయిన ఘటన యొక్క సంభావ్యత = 0

బీజగణిత అభివృద్ధి - వికాసం

- బ్రహ్మగుప్తుడు మొదటిసారిగా అంకణితం (పాటిగణితం) నుండి దీనిని వేరు చేసి ఒక ప్రత్యేక గణితశాఖగా చూపి, ఆ విభాగాన్ని "**కుట్టక**" అనే పేరుతో ప్రాచీనులు దీనిని "**ప్రత్యేక గణితం**" అనే పేరుతో వ్యవహరించారు.
- ఈ గణిత శాస్త్ర విభాగాన్ని "బీజగణితం" అనే పేరుతో **వ్యవహార రూపంలోకి తీ**సుకువచ్చిన మొదటి గణిత శాస్త్రవేత్త **"పృధూధక స్వామి"**
- "భాస్కరాచార్య" బీజగణితాన్ని సాంకేతికాలతో నిర్వహించే "సంఖ్యాశాస్త్రం"గా భావించారు.
- ✳ సంస్కృతంలో అక్షరాలను **"బీజాలు"** అంటారు. అంకెలస్థానంలో అక్షరాలు అనగా బీజలు వాడే గణితశాస్త్రశాఖను "బీజగణితం" అంటారు.

బీజగణిత ప్రత్యేకత :

- ఎంత పెద్ద భావన అయినా సులభంగా ఒక సూత్రంలో ఇమిడ్చి చెప్పడం ఈ శాఖ ప్రత్యేకత
- బీజగణితాన్ని ఆంగ్లంలో "**ఆల్‌జీబ్రా**" అంటారు. **ఆల్ఫోవారిజ్మి** అనే అరబ్ గణిత పండితుడి గౌరవార్థం ఈ శాఖను "బీజగణితం" అంటారు.
- అతడు రాసిన పుస్తకం "**ఆల్‌జబర్** ఆల్ ముఖ బలా" పేరును సూచించే **ఆల్‌జీబ్రా"** అనే పదం పెట్టడం జరిగింది
- **ధయాఫాంటస్**(గ్రీకు) బీజగణిత పితామహుడు. ఇతని గ్రంథం **అర్థమెటికా - 13** సంకలనాలు (6 మాత్రమే వాడుకలో)
- ప్రపంచ ప్రసిద్ధి పొందిన **ఫెర్మా** చివరి సిద్ధాంతానికి **దయాఫాంటస్** ప్రతిపాదించిన బీజగణిత భావనలు పునాదిగా నిలిచాయి

అంకెలకు బదులు అక్షరాల వినియోగం :

- భారతీయ గణితశాస్త్రజ్ఞుడైన **ఆర్యభట్ట** ఆర్యభట్టీయ గ్రంథంలో **అవ్యక్త రాశులకై** అక్షరాలని వాడాలి అని సూచించారు.
- బ్రహ్మగుప్తుడు కూడా ఇదే సిద్ధాంతాన్ని తన రచనల్లో స్పష్టం చేశాడు.
- చరరాశులను ప్రాచీనకాలంలో అంకెలకు బదులు క, ఖ, గ .... తదితర అక్షరాలు ఉపయోగించేవారు
- క్రమంగా 16వ శతాబ్దం నాటికి అంకెలకు బదులు a, b, c ...... x, y, z వంటి ఆంగ్ల అక్షరాలను ప్రయోగించడం మొదలైంది
- కూడిక - య, తీసివేత - క్ష, హెచ్చవేత - గు, భాగాహారం - భా అనే అక్షరాలు వాడుతారు
- భాస్కరాచార్య (వ.శ.1150) బీజగణితాన్ని సాంకేతికాలతోనిర్వహించే సంఖ్యాశాస్త్రంగా భావించారు.
- **బీజగణితాన్ని పాఠశాలలో ప్రాథమిక స్థాయిలోనే** విద్యాప్రణాళికలో ప్రవేశపెట్టడం జరిగింది.
- "సూర్యుడు పద్మములను వికసింపచేసినట్లు ప్రాచీన ఋషులు అనేక గుర్తులు,సాంకేతికాలతోఉండే విశ్లేషణతో గణితశాస్త్రాన్ని ప్రకాశమానం చేశారు. ఇదే ఇప్పుడు బీజగనితమనే పేరుపొందింది.- **భాస్కరాచార్య**
- ఒక కవి లేక చిత్రకారుని నమూనాలవలే గణిత శాస్త్రవేత్త నమూనాలు అందంగా ఉండాలి **- జి.హెచ్.హార్డీ**
- తార్కిక సంబంధమైన అంశం కంటే రమణీయత ప్రభావశాలి **- పాయింకర్**